Nedbremsning af neutroner – breddeopgave 27 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

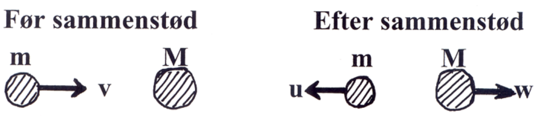
Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 27 i rækken her i KVANT):

27. Nedbremsning af neutroner

Lette kerner er bedre til nedbremsning af neutroner i reaktorer end tunge kerner. Hvordan afhænger det maksimale forholdsmæssige energitab af en neutron ved et elastisk sammenstød med en kerne af dennes masse? Begrund svaret.

Løsning

Det forholdsmæssige energitab for en neutron ved et sammenstød med en kerne med en given masse er størst ved et centralt sammenstød. Vi vil derfor nøjes med at regne i én dimension svarende til figuren:



Da der både er energibevarelse og impulsbevarelse under stødet, gælder der med figurens betegnelser, og idet vi regner klassisk:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Mw^2 + \frac{1}{2}mu^2 \tag{1}$$

$$mv = Mw - mu \tag{2}$$

Ligning (1) kan omformes til $(v+u)\cdot(v-u) = (M/m)\cdot w^2$. Sammenholdes det med $v + u = (M/m)\cdot w$ fra (2) fås $v - u = w$. Lægges disse to sidste ligninger sammen fås $2v = (1 + M/m)\cdot w$, hvoraf vi får:

$$\Delta E/E = \frac{\frac{1}{2}Mw^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{4mM}{(m+M)^2} \tag{3}$$

for det forholdsmæssige energitab $\Delta E/E$.

Resultatet stemmer overens med, at $\Delta E/E$ skal gå imod 0 for m gående imod 0 og for M gående imod 0, og at $\Delta E/E$ skal være 1 for $m = M$.

Kommentarer

1. Umiddelbart skulle vi forvente, at $\Delta E/E$ afhang af de tre inputvariable m, M og v til problemet. Men det ses overraskende nok, at $\Delta E/E$ kun afhænger af forholdet imellem m og M, og ikke af v. Havde vi tænkt dimensionsanalytisk ville overraskelsen imidlertid have været til at forudse: det er ikke muligt at danne en dimensionsløs størrelse af m, M og v, der inddrager v.

Konklusionen ud fra dimensionsovervejelser, at det relative energitab ved nedbremsningen af neutroner ikke kan afhænge af deres fart, er bundet til, at fænomenet kan beskrives klassisk. Det kan det også i det væsentlige. Men sætter vi os for at udregne en relativistisk formel for det relative energitab, kan vi ikke forvente uafhængigheden af v. I det tilfælde må vi nemlig regne med lysets hastighed c som en ekstra inputvariabel for problemet. Af dimensionsgrunde må vi derfor forvente, at $\Delta E/E$ bliver en funktion af v/c udover af M/m.

Med forkortelsen γ_v for $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ og tilsvarende for γ_u og γ_w kan energibevarelsen og impulsbevarelsen for vores centralstød relativistisk skrives:

$$m\gamma_v c^2 + Mc^2 = m\gamma_u c^2 + M\gamma_w c^2 \tag{4}$$

og

$$m\gamma_v v = M\gamma_w w - m\gamma_u u \tag{5}$$

Ved at udtrykke $\gamma_v v$ ved γ_v og tilsvarende for u og w, herefter eliminere γ_u, således at γ_w findes som funktion af γ_v, finder jeg efter en del mellemregninger resultatet:

$$\Delta E/E_{\text{kin}} = \frac{Mc^2(\gamma_w - 1)}{mc^2(\gamma_v - 1)} = \frac{2\alpha(\gamma_v + 1)}{\alpha^2 + 2\alpha\gamma_v + 1} \tag{6}$$

hvor α er en forkortelse for M/m. Altså som forventet en funktion af M/m $(=\alpha)$ og v/c (via γ_v).

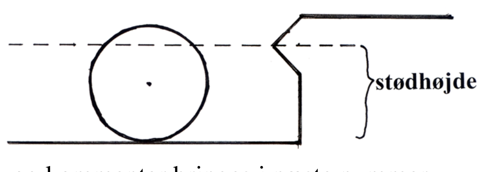
Jeg har valgt at sammenholde ΔE med neutronens kinetiske energi fremfor dens totalenergi for at kunne jævnføre med (3). Ligning (6) ses at stemme overens med (3) for $\gamma_v = 1$, som den skal. Resultatet stemmer – som det klassiske også gjorde – overens med, at $\Delta E/E_{\text{kin}}$ skal gå imod 0 for α gående imod 0 og for α gående imod ∞, og at $\Delta E/E_{\text{kin}}$ skal være 1 for $\alpha = 1$.

2. Den opmærksomme læser tænker måske, at jeg finder dimensionsbetragtninger vigtige i undervisningen på breddekurset, siden jeg i 4 af de sidste 5 artikler i rækken her har været inde på emnet. Det har den opmærksomme læser i givet fald ret i. Jeg regner dimensionsbetragtninger for en vigtig del af det at kunne tænke som en fysiker.

Breddeopgave 28. Billard

Inden næste nummer af KVANT udkommer kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra sommereksamen 1997, nr. 28 i rækken her i KVANT):

Banderne på et billardbord er konstrueret med en stødhøjde (jvf. figur) for stød mellem baller og bander, således at en rent rullende bevægelse vinkelret mod banden reflekteres i en rent rullende bevægelse bort fra banden. Hvor stor er stødhøjden? Begrund svaret.



Løsning og kommentar bringes i næste nummer.