

Ohms lov – breddeopgave 32 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 32 i rækken her i KVANT):

32. Ohms lov

Hvad er modstanden for en elektrisk strøm fra indersiden til ydersiden af en hul metalkugle? Begrund svaret.

Løsning

Ifølge Ohms lov på differentiell form,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \rho \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

gælder for den strømførende kugle:

$$E(r) = \rho \cdot j(r), \quad (2)$$

hvor $E(r)$ er størrelsen af det radialt rettede elektriske felt i afstanden r fra kuglens centrum, $j(r)$ er den radialt rettede ladningsstrømtæthed i afstanden r , og ρ er metallets resistivitet.

Da der ikke hober ladning op i metalkuglen må den elektriske strøm, I , være den samme igennem alle kuglens kugleskaller. Derfor er:

$$4\pi r^2 \cdot j(r) = I \quad (3)$$

for alle r .

Spændingsforskellen, U , imellem indersiden og ydersiden af kuglen er givet ved integralet af $E(r)$ fra indersiden til ydersiden. Ved at indsætte $j(r)$ fra (3) i (2) og udføre integrationen fås:

$$\begin{aligned} U &= \int_{r_i}^{r_y} E(r) \cdot dr \\ &= \int_{r_i}^{r_y} \frac{\rho \cdot I}{4\pi r^2} \cdot dr \\ &= \frac{\rho I}{4\pi} \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_y} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

hvor r_i er indersidens radius og r_y er ydersidens radius. Af ligningen ses modstanden for en elektrisk strøm fra indersiden til ydersiden af metalkuglen derfor at være:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\rho}{4\pi} \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_y} \right) \quad (5)$$

Kommentar

Med et lidt mindre grundlæggende udgangspunkt fås en lidt nemmere løsning af opgaven ved at opfatte kuglen som en række infinitesimale modstande i serie. Da kugleskallen imellem r og $r + dr$ har tykkelsen dr og tværsnitsarealet $4\pi r^2$ er dens modstandsbidrag givet ved:

$$dR = \rho \cdot dr / (4\pi r^2) \quad (6)$$

Den samlede modstand fås da ved at integrere dR fra r_i til r_y .

Den anførte løsning er mere grundlæggende end denne udregning ved blandt andet at repetere sammenhængen imellem elektrisk felt og spændingsforskel. Men den giver mig også anledning til en didaktisk kommentar. For hvad er det egentlig opgaven handler om? Er det Ohms lov?

I folkeskolen præsenteres Ohms lov således:



Fig. 34. En ny og nyttig form for Ohms lov!

Læg mærke til skiltet til højre.

$$V = \Omega \cdot A$$

$$V = k\Omega \cdot mA$$

Figur 1. Advarselstavle med Ohms lov. Figuren er hentet fra "Fysik og kemi for 9. klasse. Grundbog", Andersen, I & Norbøll, K.W. (1979). P.Haase & Søns Forlag, København, side 20.

Advarselstrekanten fungerer som hjælpemiddel til at løse opgaver, hvor enten strømstyrke, spænding eller modstand kan findes ved at holde hånden over den ukendte størrelse og således se, hvorvidt de to kendte størrelser enten skal multipliceres eller divideres for at finde den ukendte.

I gymnasiet præsenteres Ohms lov algebraisk:

$$U = R \cdot I, \quad (7)$$

idet der gås ud fra, at eleverne her – i modsætning til i folkeskolen – kan forstå at regne med bogstaver.

Medens Ohms lov på universitetet altså blandt andet dukker op som en identitet imellem to vektorfelter som angivet i ligning (1).

På alle tre niveauer er der i sammenhæng med arbejde med Ohms lov forskellige læringsmæssige udfordringer i at forstå begreberne strøm, spænding, modstand og deres indbyrdes forbundenhed. Med modstillingen af folkeskolens, gymnasiets og universitetets repræsentationer af Ohms lov har jeg imidlertid gerne villet illustrere, at de virkelig store forskelle imellem de læringsmæssige udfordringer i folkeskolens, gymnasiets og universitetets arbejde med f.eks. Ohms lov ligger i graden af matematisk abstraktion, der kræves bragt i spil. Denne artikels breddeopgave handler derfor dybest set ikke i særlig høj grad om Ohms lov. Den kunne f.eks. lige så godt have drejet sig om det matematisk set analoge problem om varmeledningen ud igennem en kugle på grund af en temperaturforskel imellem det indre og det ydre af kuglen. Og derfor handler opgaven her mere om at kunne håndtere matematik på et vist niveau og – ikke mindst – at kunne bringe den modelleringsmæssigt i spil, end den handler om Ohms lov. Arbejdet med Ohms lov er midlet, hvor det er matematisk modelleringskompetence, der er målet.

Og sådan burde det efter min mening også være i folkeskolen. Eksperimentelle øvelser med modstande

er overkommelige og billige som udgangspunkter for at træne den symbolske beskrivelse af omvendte og ligefremme proportionaliteter ved hjælp bogstaver og bogstavregning. Og hvis dette undviges, som det jo er meningen med figur 1's tavler, kan jeg ikke se noget afgørende formål med at undervise i Ohms lov i folkeskolen. Jeg kan bedre se berettigelsen af manualagtige anvisninger som figurens i f.eks. uddannelsen af elektrikere, som skal arbejde specifikt med Ohms lov. Hvorimod folkeskoleundervisningen burde have et mere alment formål for øje.

Breddeopgave 33. Aircondition

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra sommereksamen 2007, nr. 33 i rækken her i KVANT):

Et aircondition anlæg holder en rimelig temperatur indendørs i en bygning. Udendørstemperaturen svinger mellem en maksimumsværdi om dagen og en minimumsværdi om natten, som er lig indendørstemperaturen. Hvor stor er elregningen sammenlignet med elregningen, hvis udendørstemperaturen havde maksimumsværdien døgnet rundt? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.