

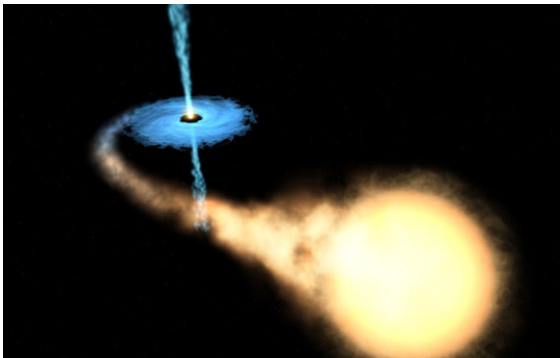
Nye dimensioner for sorte huller

Af Troels Harmark og Niels Obers, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Sorte huller er en af de mest spektakulære forudsigelser af Einsteins Almene Relativitetsteori. Deres eksistens udfordrer de fundamentale begreber i fysikken så en forståelse af deres egenskaber er afgørende i vores søgen efter de fundamentale naturlove, specielt for en kvantisering af tyngdekraften. Strengteori, som er et af de mest lovende bud på en teori for de fundamentale naturlove, antager at der er flere rumlige dimensioner end de sædvanlige tre. Man kan derfor spørge, hvilke konsekvenser disse ekstra dimensioner har for sorte hullers fysik. I de sidste syv år har der været mange nye opdagelser, som tilsammen peger på, at sorte huller i ekstra dimensioner har nye og overraskende egenskaber, og at der er et ekstremt rigt landskab af mulige sorte huller.

Indledning

Sorte huller opstår når tyngdekraften bliver så stærk, at selv lys ikke kan undslippe tyngdefeltet. Når en meget tung stjerne har opbrugt sit nukleare materiale, ender typisk livet med en gigantisk supernovaeksplosion. Hvis massen i den centrale region er større end en kritisk værdi, så vil stjernen forsvinde i mørket og i stedet ende som et sort hul. Et berømt eksempel på dette er den mørke ledsager til en røntgen dobbeltstjerne i konstellationen Cygnus. Denne galaktiske røntgenkilde kaldet Cygnus X-1 formodes at inkludere et sort hul med en vægt svarende til cirka 9 solmasser og den er cirka 6.000 lysår væk. Mere imponerende eksempler på sorte huller kan man finde i midten af galakser, for eksempel vores egen galakse Mælkevejen. Sådanne sorte huller har en vægt på millioner eller milliarder solmasser.



Figur 1. En kunstners opfattelse af et dobbeltstjernesystem, bestående af en kæmpestjerne og et sort hul. Hvis kæmpestjernen når ud til det sorte huls rækkevidde kan der overføres materiale, som accelereres ind mod det sorte hul. Der udsendes stråling når materialet bevæger sig med meget høj hastighed. Mens et sort hul i et dobbeltstjernesystem kan registreres pga. materialet der ryger ned i hullet, er det langt sværere at detektere et isoleret sort hul.

Et sort hul er karakteriseret ved at have en begivenhedshorisont. Man kan ikke sende lys fra det sorte hul bag ved begivenhedshorisonten. Hvis man for eksempel observerer en astronaut der falder ind mod det sorte hul, vil tiden, for én der observerer det sorte hul langt væk fra, gå langsommere og langsommere for astronauten efterhånden som han kommer nærmere og nærmere til det sorte huls begivenhedshorisont. Størrelsen af begivenhedshorisonten vokser med massen af det sorte

hul. For sorte huller i fire dimensioner er radius af det sorte hul lig med to gange Newtons gravitationskonstant ganget med massen divideret med lyshastigheden i anden. Dette giver en radius på cirka 26 kilometer for det ovennævnte sorte hul der er en del af Cygnus X-1.

Sorte huller er ikke kun interessante for astronomi og astrofysik. De udgør også et unikt laboratorium for vores forståelse af tyngdekraften, og specielt for tyngdekraftens forening med kvantemekanik. Bekenstein viste for eksempel i 1972 at sorte huller har en entropi som er proportional med arealet af begivenhedshorisonten. Ydermere opdagede Hawking i 1973, at sorte huller udstråler energi ligesom et sort legeme, dvs. med Planck spektret (dog med visse korrektioner). Som et resultat af dette blev det vist, at sorte huller kan tillægges termodynamiske egenskaber som temperatur og entropi, og at de opfylder de termodynamiske love.

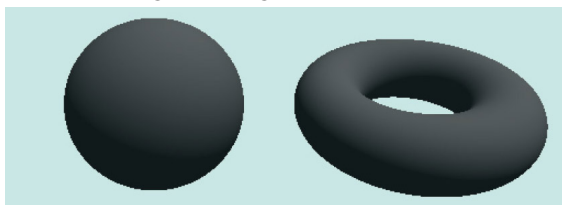
For at forstå de fundamentale principper som ligger bag ved de sorte hullers termodynamiske egenskaber er det nødvendigt med en teori for kvantegravitation. Dette er også nødvendigt for at kunne forstå singulariteten, som er i det sorte hul. En singularitet der svarer til den der er i Big Bang teorien for Universets skabelse. Strengteorien er det mest lovende bud på en teori for kvantegravitation. Men strengteori forudsiger eksistensen af ekstra dimensioner udover de tre rumlige dimensioner, som vi allerede kender til. Hvordan disse ekstra dimensioner vil manifestere sig i eksperimenter, er endnu ikke klarlagt. Forskellige scenarier er blevet foreslået, og i nogle af disse scenarier kan man endog forestille sig at producere sorte huller i den næste generation af partikelacceleratorer, startende med Large Hadron Collider på CERN i Schweiz.

Idéen med flere dimensioner er ikke ny, men stammer allerede tilbage fra 1920'erne hvor matematikeren Klein og fysikeren Kaluza begge foreslog en femte dimension ved hjælp af hvilken man kan forene Almen Relativitetsteori og elektromagnetisme. Antagelsen var, at den ekstra rumlige dimension er periodisk og så lille, at vi ikke kan observere den.

Forskningen i de seneste år har vist, at hvis man har ekstra dimensioner, hvad enten de er små eller store, vil det have store konsekvenser for de sorte hullers egenskaber (se oversigtsartiklerne [1,2]). Dette viser ikke

kun, at der er mange flere muligheder for sorte huller end man tidligere har forestillet sig, man har også lært at ikke-trivielle faseovergange mellem forskellige slags sorte huller er mulige i Almen Relativitetsteori. For at forstå disse fænomener kræves nye teknikker for at løse Einsteins ligninger i Almen Relativitetsteori, hvilket, selv om de har en meget simpel form, bliver mere og mere kompliceret når vi går højere op i dimensioner. Intuitivt er årsagen, at når vi har flere dimensioner har rumtiden flere frihedsgrader og desuden når vi har med roterende sorte objekter at gøre, er der flere og flere rotationsplaner. Derudover, når det er periodiske retninger, vil størrelsen af begivenhedshorisonten sammenlignet med størrelsen af de ekstra dimensioner give anledning til mange forskellige muligheder som vi skal se.

De sidste syv års fremskridt har primært været inden for to forskellige, men relaterede områder. Det første område er sorte huller på en cylinder, dvs. rumtider, hvor en af de ekstra dimensioner er periodisk. Vi begrænser os her til neutrale og ikke-roterende sorte huller. Det andet område er, hvor vi betragter roterende neutrale sorte huller i fladt rum, dvs. hvor alle de ekstra dimensioner har uendelig udstrækning. Denne forskning har ført til opdagelsen af flere nye slags sorte huller, såsom sorte strenge, sorte ringe og mange andre eksotiske sorte objekter. Et af kendetegnene ved disse, sammenlignet med de fire-dimensionale sorte huller er, at formen af begivenhedshorisonten ikke er sfærisk men i stedet kan antage andre geometriske former.



Figur 2. Her ses en to-sfære (til venstre) og en torus (til højre). To-sfæren er den eneste mulige form af begivenhedshorisonten for et fire-dimensionalt statisk sort hul. Torusen kan i stedet realiseres for sorte huller i højere dimensioner.

Sorte huller i fire dimensioner

I Almen Relativitetsteori kan man finde klassiske rumtider ved at løse Einsteins ligninger for metrikken. Metrikken beskriver geometrien af rumtiden ved at give afstanden mellem begivenheder i rumtiden. Einsteins ligninger fortæller hvilken metrik man får, givet den masse og energi der er tilstede. Den simpleste løsning af Einsteins ligninger får man ved at antage, at der ikke er nogen tidsafhængighed og at løsningen er sfærisk symmetrisk. Dette giver den berømte Schwarzschild løsning, som beskriver et statisk sort hul, fundet af Schwarzschild i 1917 få år efter Einstein fremsatte den Almene Relativitetsteori. En af dets vigtigste egenskaber er, at det har en sfærisk overflade. Dette er begivenhedshorisonten, som i dette tilfælde er formet som en to-dimensionel sfære, dvs en kugleoverflade (se figur 2). Massen af det sorte hul er proportional med radius af kugleoverfladen. Det er matematisk bevist at Schwarzschild metrikken er den eneste mulige statiske

løsning af Einsteins ligninger for en given masse. Dvs. at det ikke findes andre statiske sorte huller i fire dimensioner end det sfæriske sorte hul som Schwarzschild metrikken beskriver.

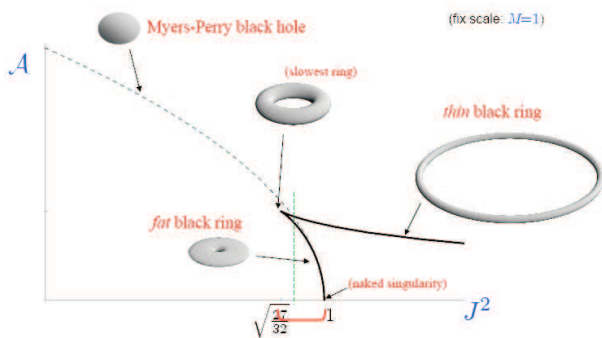
Når man tilføjer rotation, kan man finde en mere generel løsning af Einsteins ligninger. Denne løsning er Kerr metrikken, som blev fundet af Kerr i 1963, og den er karakteriseret ikke kun af massen men også af impulsmomentet omkring en rotationsakse. Også i tilfælde af rotation er det matematisk bevist, at den eneste løsning til Einsteins ligninger, givet massen og impulsmomentet, er Kerr metrikken. For Kerr metrikken er begivenhedshorisonten stadigvæk en to-sfære, dog er den ikke rund længere men snarere let fladtrykt sådan at den har en ellipsoide form som konsekvens af centrifugalkraften fra rotationen. Dvs. når det sorte huller roterer mere og mere bliver det mere og mere fladtrykt. Impulsmomentet for Kerr løsningen kan ikke blive arbitrært stort, men har en øverste grænse for en given masse.

Fra huller til ringe

Hvad ved vi så om sorte huller med flere dimensioner, hvor alle rumlige dimensioner har uendelig udstrækning? I en visionær artikel fra 1963 undersøgte Tangherlini generalisationen af Schwarzschild løsningen til højere dimensioner. I dag er det betragtet som en elementær hjemmeopgave for studenter i Almen Relativitetsteori. Det tog i stedet mange, mange år, og kun med motivation hentet fra strengteori, før man generaliserede Kerr løsningen til højere dimensioner. Denne generalisation blev fundet i 1986 af Myers og Perry. Mens der i fire dimensioner kun er et rotationsplan, er der for eksempel i fem dimensioner to uafhængige rotationsplaner og derfor to uafhængige impulsmomenter. Mere generelt er der flere og flere uafhængige impulsmomenter jo flere rumlige dimensioner man har. Der er en anden interessant forskel i højere dimensioner. I fem dimensioner er der en øvre grænse på impulsmomenterne ligesom i fire dimensioner. I seks og højere dimensioner har man i stedet at impulsmomenterne kan blive arbitrært store for en givet masse. Dette har store konsekvenser for, hvordan sorte huller kan opføre sig i højere dimensioner.

For alle fire-dimensionale sorte huller gælder det, at formen af begivenhedshorisonten er en to-sfære. Dette er garanteret af en matematisk sætning bevist af Hawking. Det betyder at man i fire dimensioner ikke kan have en begivenhedshorisont med form af en torus (se figur 2). Begivenhedshorisonten for Tangherlini løsningen og Myers-Perry løsningen har også form som en sfære, dog er det nu en højere dimensional sfære. I femten år troede man at dette var de eneste mulige sorte huller i højere dimensionel Almen Relativitetsteori. Derfor var det meget bemærkelsesværdigt da Reall og Emparan i 2001 opdagede en ny eksakt løsning af Einsteins ligninger i fem dimensioner som beskrev en ny slags sort hul, nemlig en roterende sort ring. Som navnet antyder har begivenhedshorisonten en hel ny form nemlig formen af en ring. Vi vil nu

prøve at forklare, hvad det vil sige at den sorte ring er ringformet. Man kan forestille sig en vielsesring, som det objekt man får når man tager en lille cirkel og roterer den rundt i en stor cirkel (ligesom torusen på figur 2). På samme måde er en ring i fire rumlige dimensioner beskrevet ved at tage en to-sfære og rotere den rundt i en stor cirkel. Tyngdekraften er altid en tiltrækkende kraft. Derfor skal ringen rotere for at kunne modvirke det tyngdefelt, som den selv skaber. Hvis ikke den roterede ville ringen trække sig sammen til et hul. Med rotation kan centrifugalkraften udligne tyngdekraften.



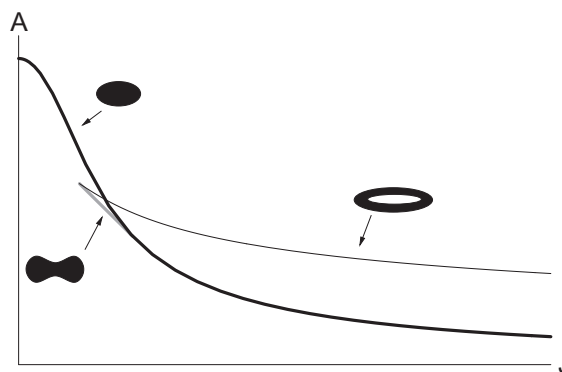
Figur 3. Fase-diagram for Myers-Perry løsningen og den sorte ring i fem dimensioner. På den horisontale akse har vi impulsmomentet i anden og på den vertikale akse har vi arealet af begivenhedshorisonten. På figuren ses at der er et interval hvor der findes tre forskellige sorte huller med samme impulsmoment og masse. Det ses også at der er to forskellige grene af den sorte ring, den ene en tynd sort ring og den anden en tyk sort ring som mødes med Myers-Perry løsningen i en singular løsning. Det ses at den tynde sorte ring kan have arbitrært stort impulsmoment.

En af de mest slående konsekvenser af den sorte ring i fem dimensioner er, at der nu er visse værdier af impulsmomenterne for en given masse hvor der er flere mulige løsninger med begivenhedshorisonter til Einsteins ligninger (se figur 3). Dette er i modsætning til fire dimensioner, hvor der kun findes én mulig løsning givet impulsmomentet og masse. Dette betyder, at i en verden med flere dimensioner bliver man nødt til at måle andet end blot massen og impulsmomentet for at kunne finde ud af, hvilken slags sorte huller man observerer. Siden da har man fundet mange flere eksempler på nye slags sorte huller i fem dimensioner. For eksempel har man fundet en løsning kaldet "sort Saturn", som består af et roterende sort hul med en sort ring roterende omkring.

Udover fem dimensioner

Vores forståelse af sorte huller i fem dimensioner er nu tilsyneladende mere eller mindre komplet. Til gengæld er sorte huller i mere end fem dimensioner næsten ukendt land. Problemet er, at de teknikker som man brugte til at finde løsninger i fire og fem dimensioner ikke længere virker. Desuden forventer man et meget mere rigt landskab af løsninger, da man får flere og flere frihedsgrader jo flere dimensioner man har. Det første eksempel på en løsning, udover Myers-Perry løsningen som har sfærisk form, blev fundet i 2007 (se figur 4 og artiklen [3]). Denne nye løsning er en generalisering af den fem-dimensionale roterende sorte

ring. Formen af begivenhedshorisonten svarer til, at man tager en højere dimensional sfære og roterer den rundt i en cirkel. Løsningen blev fundet med hjælp af en ny teknik, som går ud på at man former en ring fra et rør ved at bøje det, lukke det og lade det rotere omkring sin symmetriakse. I modsætning til de andre løsninger omtalt her, er den højere dimensionale sorte ring ikke en eksakt løsning. I stedet går den nye metode ud på at finde løsninger af Einsteins ligninger approksimativt. I øjeblikket er vi i gang med at udvikle denne teknik til også at finde andre nye løsninger med helt nye former af begivenhedshorisonten, for eksempel højere dimensionale tori.



Figur 4. Fase-diagram for Myers-Perry løsningen og den sorte ring i seks eller flere dimensioner. På den horisontale akse har vi impulsmomentet og på den vertikale akse har vi arealet af begivenhedshorisonten. Den sorte ring går over i en anden sort hul fase som svarer til Myers-Perry løsningen med riller. Denne fase møder endelig Myers-Perry løsningen i et punkt der markerer grænsen hvor Myers-Perry løsningen bliver ustabil, dvs. den er ustabil når den roterer tilstrækkeligt hurtigt. Dette fase-diagram er endnu ikke fuldt beviset men er baseret på flere forskellige uafhængige beregninger.

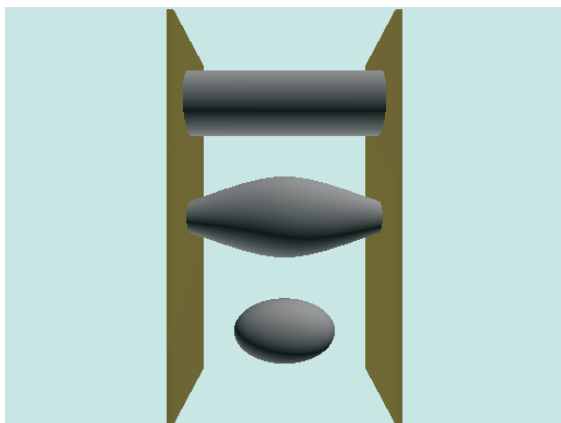
Periodiske ekstra dimensioner

Indtil nu har vi kigget på sorte huller, hvor alle de rumlige dimensioner har uendelig udstrækning. Mere realistiske modeller med ekstra dimensioner kan enten involvere periodiske ekstra dimensioner, eller at vi lever på en slags flyvende tæppe, der svæver i et rum med uendelig udstrækning (eller en kombination af disse). Vi diskuterer her den simpleste model, hvor vi har en enkel periodisk rumlig dimension. Dette kan vi bruge til at forstå de mere komplicerede og realistiske modeller. Allerede i denne simple model ser vi, at der er flere forskellige slags sorte huller. For at illustrere disse forskellige sorte huller er det nyttigt at tænke på den periodiske retning som et endeligt liniestykke, hvor de to endepunkter er sammenfaldende. I vores figurer vil disse endepunkter svare til de to identificerede vægge i vores rum.

Hvis vi tager et meget lille sort hul i vores rum med en periodisk retning, vil effekten af den periodiske retning være forsvindende. Lille betyder her, at radien af begivenhedshorisonten er meget mindre end perioden af den periodiske retning. Vi kan nu prøve at gøre det sorte hul lidt større. Så vil begivenhedshorisonten blive deformeret af tyngdekraften, som kommer fra den

periodiske retning. Denne effekt kan lettest forstås ved at tænke på det sorte hul med en periodisk retning som en uendelig række af sorte huller, der er placeret på en ret linie med samme indbyrdes afstand. Hvis vi betragter et enkelt af denne uendelige række af sorte huller, vil tyngdekraften fra alle de andre sorte huller så virke på dette sorte hul og deformere dets begivenhedshorisont.

De sorte huller som vi lige har beskrevet, kalder vi lokaliserede sorte huller, da deres begivenhedshorisont ikke strækker sig over hele den periodiske retning (se figur 5). Den eksakte løsning af Einsteins ligninger der beskriver et lokaliseret sort hul, er ikke fundet. I stedet har man fundet en måde at beskrive løsningen approksimativt, ved brug af samme metode som vi omtalte for de sorte ringe i mere end fem dimensioner. Desuden har man også fundet numeriske løsninger af Einsteins ligninger, som beskriver disse sorte huller.



Figur 5. De tre forskellige mulige sorte huller for en rumtid med en enkel periodisk retning. Den nederste er det lokaliserede sorte hul, den midterste er den ikke-uniforme sorte streng og den øverste er den uniforme sorte streng. Som figuren antyder er der tre faser forbundet med hinanden. Det lokaliserede sorte hul går over i den ikke-uniforme sorte streng når man øger massen tilstrækkeligt meget. Den ikke-uniforme sorte streng møder så den uniforme sorte streng i et punkt der markerer grænsen hvor den uniforme sorte streng bliver ustabil, dvs. den uniforme sorte streng er ustabil når massen er tilstrækkeligt lille.

Man kan nu spørge hvad der sker hvis vi forstørrelser det lokaliserede sorte hul så meget, at dets begivenhedshorisont strækker sig hele vejen rundt omkring den periodiske retning. Dette er også blevet studeret, og det er blevet fundet at man går ind i en ny fase hvor det sorte hul har en begivenhedshorisont der er viklet rundt om den periodiske retning. Vi kalder sådan en type sort hul, hvor begivenhedshorisonten er viklet rundt omkring den periodiske retning, for en sort streng. Der er to forskellige slags sorte strenge, den ene slags har en begivenhedshorisont der er uniform i den periodiske retning, mens den anden har en begivenhedshorisont der varierer med den periodiske retning (se figur 5). Svaret på ovenstående spørgsmål, om hvad der sker med det lokaliserede sorte hul når vi gør det tilstrækkeligt stort, er nu, at det bliver til en ikke-uniform sort streng.

For den uniforme sorte streng i fem eller flere dimensioner kender man den eksakte løsning af Einsteins

ligninger, og den eksisterer for alle masser. I 1993 fandt Gregory og Laflamme ud af, at den uniforme sorte streng er ustabil for tilstrækkeligt små masser. Dette er noget nyt i forhold til fire-dimensionelle sorte huller, da man der ved, at de altid er stabile. Instabiliteten af den uniforme sorte streng er analog til Jeans instabilitet, som siger at stof som er påvirket af tyngdekraften har en tendens til at klumpe sammen. Den er også analog til den klassiske Rayleigh-Plateau instabilitet, som siger, at når vi forstyrrer en cylinderformet væske så har den en tendens til at få riller som vil blive så dybe at væsken splittes op i enkelte dråber. For den uniforme sorte streng forestiller man sig, at Gregory-Laflamme instabiliteten ender med at man har et lokaliseret sort hul. Den uniforme sorte streng er direkte forbundet med den ikke-uniforme sorte streng, da man har at de to løsninger møder hinanden for den kritiske masse på grænsen af Gregory-Laflamme instabiliteten.

Den eksakte løsning af Einsteins ligninger for den ikke-uniforme sorte streng er ikke kendt, men man har fundet den numerisk. Det er bemærkelsesværdigt, at en sådan ikke-uniform løsning af Almen Relativitetsteori eksisterer og det hænger tæt sammen med den ikke-lineære natur af Einsteins ligninger.

Det næste skridt

Vi er i færd med at forstå, at Almen Relativitetsteori i højere dimensioner tillader et meget rigt landskab af sorte huller og med nye interessante fænomener. Dette kan hjælpe med at forstå tyngdekraften, og hvordan rumtiden opfører sig under ekstreme forhold. De erfaringer vi har gjort os er meget vigtige, hvis det viser sig at vi har ekstra dimensioner i Naturen, som strengteori forudsiger. Dette er i øjeblikket ved at blive undersøgt i det nye store eksperiment Large Hadron Collider på CERN i Schweiz. Vores nuværende forståelse er langt fra komplet. For eksempel forstår vi ikke helt endnu hvorfor forskellige former for begivenhedshorisonter er mulige, mens andre former ikke er tilladte. Vi ved heller ikke nok om, hvad der sker når de sorte huller har en ladning. Dette er et særligt vigtigt område at forstå, da det kan hjælpe os til at forstå den kvantemekaniske beskrivelse af sorte huller ved brug af strengteori. Blandt andre fascinerende områder, som dette kan hjælpe med at kaste lys over, er at der tilsyneladende findes en dyb relation mellem sorte huller i højere dimensioner og termodynamiske og hydrodynamiske egenskaber af konventionelle felt-teorier.

Litteratur

- [1] Troels Harmark, Vasilis Niarchos og Niels Obers (2007), Instabilities of black strings and branes, *Class. Quant. Grav.* **24** (2007) R1-R90.
- [2] Roberto Emparan og Harvey Reall (2008), Black holes in higher dimensions, *Living Rev. Rel.* **11**:6 (2008).
- [3] Roberto Emparan, Troels Harmark, Vasilis Niarchos, Niels Obers og Maria Jose Rodriguez (2007), The phase structure of higher-dimensional black rings and black holes, *JHEP* **10** (2007) 110.



Troels Harmark er forskningslektor på Niels Bohr Institutet i gruppen for teoretisk partikelfysik og kosmologi. Han forsker i sorte huller, strengteori og holografi. Hans hovedinteresser er kvantemekaniske effekter for sorte huller, sorte huller i mere end fire dimensioner og i holografiske teorier der kan forbinde strengteori i ti dimensioner til feltteorier i fire dimensioner.



Niels Obers er lektor på Niels Bohr Institutet i gruppen for teoretisk partikelfysik og kosmologi. Hans forskningsområde er tyngdekraft, strengteori og feltteori. De sidste år har hans arbejde koncentreret sig om tyngdekraft i højere dimensioner, især med løsninger til sorte huller og deres applikationer til strengteori og endelig-temperatur feltteori.