Om fysikopgaver – kommentar til breddeopgave om Stigefald

Af Per-Anker Lindgård

Fysikopgaver kan være farlige, endda livsfarlige! Det gælder især, hvis der bedes om svar på et realistisk problem, som der typisk tilstræbes i breddeopgaverne fra RUC. Der kan være gode pædagogiske grunde til på denne måde at gøre en opgave nærværende og interessant. Formålet er imidlertid egentlig blot, at der skal findes og løses en simplificeret matematisk model (rationel mekanik hed det engang). Her er det så vigtigt, at man knivskarpt forstår de ofte skjulte præmisser. En løsning til den simplificerede model kan være korrekt, men den nærliggende konklusion om det reelle problem kan være fatalt forkert. Et eksempel på dette har vi i breddeopgave 55, som er diskuteret i Kvant nr. 2 og 3 i 2013.

Indledning

Den givne løsning var, at en person på toppen af en faldende stige optimalt straks bør give slip for at slå sig mindst muligt. I den efterfølgende kommentar diskuteres det ikke, om dette kan være korrekt, hvis en person faktisk står i den situation. Derimod diskuteres stigens ret komplicerede fald indgående. Det er imidlertid ikke relevant i forhold til den stillede opgave. Generelt, er det ikke særlig fordelagtigt at holde fast i toppen af en faldende stige, der også skrider. I kommentaren anbefales det igen straks at slippe. Men det er forkert.

Lad mig formulere opgaven så man bedre fornemmer situationen: En nybagt kandidat i fysik er kravlet helt til tops af en meget høj, næsten lodretstående, og uforsvarligt forankret stige (burde han ikke have tænkt sig lidt om inden, en kvindelig ditto ville nok klogeligt ikke have turdet kravle op, per intuition). Da stigen så begynder at vælte, slipper han straks taget; og i det frie fald når han lige at sige: “Ha! Jeg har beregnet, at nu slår jeg mig mindre ihjel, end hvis jeg havde holdt fast i stigen”. En person i samme situation, men uden fysikkundskaber, ville nok instinktivt føle, jeg må prøve at udnytte stigen – ihvertfald ikke bare give slip. I et splitsekund tænker han:

a) hvis jeg sejler på stigen til jeg får stor fart fremad, kan jeg springe ned og løbe derfra.
b) jeg kunne kure ned og så springe.
c) jeg kunne skynde mig at tage nogle trin ned og så måske kure resten af vejen osv.

Heldigvis, uanset hvad han vælger, vil han ved at udnytte stigen som redningsplanke, kunne afbøde faldet i forhold til det direkte spring i døden (man kan ret nemt beregne de forskellige scenarier, se nedenfor). En stuntman (eller en abe) ville med sin trænede fysiske intuition, umiddelbart vælge den optimale løsning under de givne forhold og sikkert slippe helskindet derfra (og der er mange forhold at vurdere: stigens højde, underlagets beskaffenhed, han har både arme og ben, han kan hoppe, springe, løbe og rulle, står stigen op ad en mur eller en gren, osv.)

Morale

Breddeopgaverne afsluttes gerne med et: Begrund svaret. Det burde snarere være: Diskuter svaret. Man bør opmuntre studenterne til efter en løst opgave, at gå lidt på afstand og vurdere det fremkomne svar. Passer det med min intuition? Hvis ikke, hvad kan være galt? Har svaret relevans for den egentlig stillede opgave? Hvis svaret er nej; kan en acceptabel kommentar være: kræver nøjere analyse, jeg har kun løst et simpelt scenarie. Eller, opgaven er ikke tilstrækkeligt defineret, så jeg har selv specificeret den til følgende..., osv.

Det er absolut en fordel, at studenterne lærer at opstille og beregne forskellige simplificerede scenarier, men det skulle helst ikke gå ud over deres medfødte evne til at løse fysiske problemer, instinktivt – eller intuitivt. Der er selvfølgelig mange andre slags fysiske opgaver, hvor det menneskelige instinkt ikke hjælper, men intuition er nu alligevel ikke at foragte.

Alternative løsninger på Stigefald

Tilfældene kan groft beregnes ved energibetragtninger af følgende simplificerede scenarier:

a) Antag situationen kan beskrives som et punkt med massen m, for enden af en (på en vandret flade) lodretstående, stiv og uniform stang med massen M og længden L. Ved et frit fald af m fra højden L, vil den kinetiske energi ved jorden være $E_0 = \frac{1}{2}m(2gL)$ og faldtiden $t_0 = \sqrt{2L/g}$, hvor $g = 9{,}8$ m/s^2.

Det antages at det er den lodrette kinetiske energi, der giver slaget ved faldet. Når stangen vælter, vil bevægelsen af m være bundet til en cirkel. Hvis den tangentielle hastighed, ved et vælt på vinklen θ fra lodret, er v, så er den vandrette hastighed $v{\cdot}\cos(\theta)$ og den lodrette hastighed $v{\cdot}\sin(\theta)$; der er da faldet stykket $L(1-\cos(\theta))$ og der resterer højden $L{\cdot}\cos(\theta)$ at falde.

Lad os kalde $\cos(\theta)$ for x. Den vandrette kinetiske energi er nu $E_0{\cdot}f{\cdot}x^2(1-x)$, hvor $f=\frac{m+M/2}{m+M/3}$ er en faktor, der tager højde for stangens masse og inertimoment (som udregnet i besvarelsen af opgave 55). Den maksimale vandrette kinetiske energi fås ved differentiering mht. x og giver $x = \frac{2}{3}$, dvs. når der resterer $\frac{2}{3}$ af faldhøjden. Måske skulle man slippe der?

Men det er den lodrette kinetiske energi, der er mest interessant. Den er givet ved $E{=}E_0(f{\cdot}(1-x^2)(1-x)+x)$, hvor sidste led repræsenterer et frit fald det sidste stykke. Minimum findes nu ved ligningen: $3x^2-2x-(1-1/f){=}0$, med løsningen

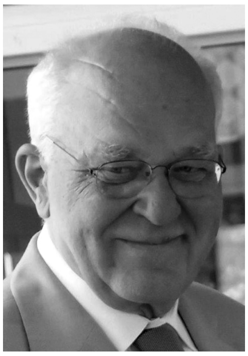
$x=1/3+\sqrt{1/9+(1-1/f)/3}$.

For $M \ll m$, $f = 1$, fås igen $x = \frac{2}{3}$, hvilket svarer til $\theta=48°$ og $E = 0{,}85E_0$, altså en reduktion med 15 % i forhold til det frie fald. For $M \gg m$, $f = 3/2$, fås $\theta=36°$ og $E = 0{,}91E_0$, igen en reduktion, dog kun på 9 %. Denne simple lille ekstra betragtning viser, at man ikke skal slippe straks (som konkluderet i opgavebesvarelsen), men at det derimod kan svare sig at holde fast og først slippe taget undervejs. Hvis stangen skulle begynde at skride, inden den optimale vinkel er opnået, er det klart bedst at slippe straks skridningen begynder – og ikke før (kan også beregnes). Det er selvfølgelig ikke meget man opnår.

Så lad os se på b) "at kure ned". Nu er bevægelsen af m bundet til stangens retning. Den lodrette hastighed er da $v\cdot\cos(\theta)$. For $M \ll m$ er den lodrette kinetiske energi givet ved $E = E_0(x^2(1-x))$. Den er 0 for $x = 0$, dvs. hele den potientielle energi er omsat til vandret kinetisk energi. Man bør slippe, hvis stangen begynder at skride.

I tilfælde c) tager man hensyn til at det faktisk er en stige. Og man kan derfor ved hastigt at tage nogle trin nedad stigen reducere den potientielle energi uden at veksle den til kinetisk energi. Altså kan man først reducere noget af den totale energi af problemet.

Ovenstående er gennemgået nogle simple scenarier. De bør ikke betragtes som løsninger på den oprindelige opgave. For en realistisk, optimal løsning af denne, bør man foretage en nærmere analyse af de givne forhold, og beregne udfaldet for det mest lovende scenarie. Man kan dog med sikkerhed konkludere, at man under ingen omstændigheder straks bør give slip på stigen!



Per-Anker Lindgård, dr. scient., har været seniorforsker i fysikafdelingen på det daværende forskningscenter Risø med speciale i faste stoffers fysik. Derudover har han været adjungeret professor i biologisk fysik ved DTU. Har været formand for faststofsektionen i DFS, senere aktiv i bestyrelsen af EPS og stifter og formand for Division of Biological Physics i EPS.

Svar fra opgavestilleren

Det er prisværdigt, at Per-Anker Lindgård inviterer til didaktisk diskussion af fysikopgaver. Det er der ikke for meget af. Især ikke vedrørende fysikopgaver på universitetsniveau. Som svar på indlægget vil jeg kommentere to udfordringer ved formuleringen af breddeopgaver. Den ene udfordring drejer sig om deres sværhedsgrad. Den anden udfordring knytter sig til deres anknytning til realistiske problemer.

Breddeopgavernes åbne formuleringer, hvor selve formaliseringen af problemet som led i dets løsning er en vigtig del af besvarelsen, gør dem umiddelbart svære. Når vi alligevel fastholder opgaveformen på RUC er det, fordi vi finder evnen til at identificere og formalisere et problem som et fysikproblem som vigtig for en fysiker. Og fordi den evne ikke trænes ved mere fortyggede opgaver. Vi er således, som jeg læser Per-Anker Lindgårds kommentar, helt på linje med ham, hvad angår ambitionen. Med "Begrund svaret" menes både forklar svaret og diskuter svaret. Men, hvor problemerne angående stigefaldet, som han ønsker det analyseret, egner sig godt til et projektarbejde på RUC over et semester, overstiger det, hvad der kan forventes af en bachelor studerende på den time, der er afsat per breddeopgave ved eksamen. Det er en løbende udfordring ved formuleringen af breddeopgaverne at finde balancen imellem at udfordre de studerende og at give dem tilstrækkeligt med succesoplevelser.

Når vi tilstræber, at breddeopgaverne skal vedrøre virkelige, ikke tænkte, problemstillinger, er det dels, som Per-Anker Lindgård anfører, for at gøre opgaverne nærværende og interessante. Men mere afgørende er det for at kunne formulere opgaverne i dagligdags sprog, således at den nøjere præcisering af problemerne i fysiske termer bliver et centralt punkt ved opgaveløsningen. Behandlingen af de virkelige problemer er ikke målet. Det kan det i højere grad være i et projektarbejde. De virkelige problemer er et middel til at lære de studerende at tænke som fysikere: Start enkelt. Vælg den simplest mulige model, og regn først på *den*. Fanger den essensen? Hvis ikke, så komplicer gradvist, indtil essensen er fanget. Men komplicer ikke mere end nødvendigt. I projekterne på RUC er der mere plads til ingeniør tilgangen forpligtet på det konkrete og komplekse som mål og udfordring.

Stigefaldsopgaven havde den rigtige sværhedsgrad, og var ikke i den simple opfattelse af den udtryk for afprøvning af rutiner hos de studerende mekanisk. Men den var sjusket formuleret. Som gennemgået i min kommentar til opgaven skrider stigen under alle omstændigheder, hvis ikke dens fodpunkt er hængslet. Og Per-Anker Lindgårds udregning af, hvordan det betaler sig at sejle med stigen et stykke vej fremfor at slippe ved starten af faldet, kan jeg helt tilslutte mig. Så opgaven skulle have handlet om "en hængslet stige" fremfor "en stige", og "give slip med det samme" fremfor "give slip". Heldigvis er – som nævnt i min kommentar til opgaven – den didaktiske kontrakt mellem lærere og studerende ved kurserne i fysisk problemløsning ikke, at de til eksamen skal bedømmes på andelen af rigtigt besvarede opgaver. Kontrakten er, at de skal bedømmes på, om de udviser tænkning af den slags, som Per-Anker Lindgård efterlyser. Derfor har sjusket heller ikke udgjort noget problem.

Jens Højgaard Jensen