

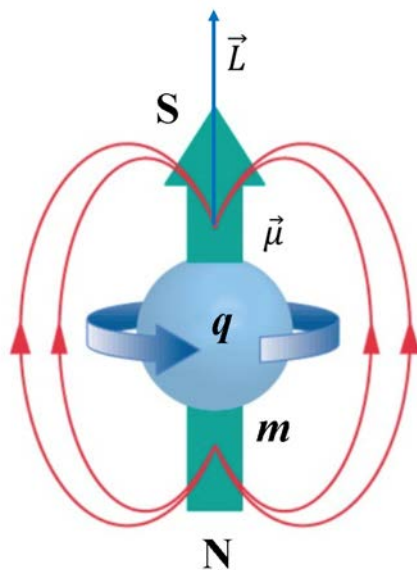
# G-2-eksperimentet – den mest nøjagtige test af kvanteelektrodynamikken

Af Bernhard Lind Schistad, Viborg Tekniske Gymnasium

Målingen af myonens anomale magnetiske moment er en af de mest nøjagtige målinger, der er udført i naturvidenskaben. Ved at måle frekvensen af oscillationer i retningen af spin for myoner i en lagring, er det muligt at bestemme det magnetiske moment med en relativ nøjagtighed på mere end en hundredetusindels promille. Denne måling kan sammenlignes med teoretiske beregninger baseret på kvantefeltteori og standardmodellen. Denne sammenligning udgør den bedste test, vi har på nogen fysisk teori. Men de mest nøjagtige målinger afviger fra de teoretiske beregninger med ca. tre standardafvigelser. Dette opfattes af mange fysikere som bevis på, at der eksisterer ny ukendt fysik hinsides standardmodellen. For at afgøre om afvigelsen er en statistisk tilfældighed eller en reel effekt, er hele eksperimentet flyttet til Fermilab, hvor målingerne vil blive gentaget med fire gange større nøjagtighed.

I klassisk elektrodynamik vil en elektrisk ladet partikel med ladning  $q$ , impulsmoment  $\vec{L}$  og masse  $m$ , have et magnetisk dipol moment givet ved (figur 1):

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{L} \quad (1)$$



Figur 1. Klassisk magnetisk moment.

I kvantemekanikken er impulsmomentet kvantiseret. Elektronen er en punktformet partikel, men har alligevel et indbygget indre impulsmoment i form af spin-kvantetallet  $s$ . Da elektronen er en fermion, har den halvtalligt spin, det vil sige at  $s = \pm\hbar/2$  (to muligheder, spin op og spin ned). Ifølge klassisk elektrodynamik skulle den derfor have et magnetisk moment på  $\vec{\mu} = -e/(2m_e) \cdot \vec{s}$  (hvor  $e$  er elementarladningen og  $m_e$  er elektronmassen).

Allerede i 1925 var det klart (for eksempel fra Stern-Gerlach-eksperimentet), at elektronen har et magnetisk moment, men at den klassiske formel ikke passer [1]. I stedet skal der tilføjes en korrektionsfaktor  $g_s$ , så formelen bliver:

$$\vec{\mu}_e = g_s \frac{-e}{2m_e} \cdot \vec{s} \quad (2)$$

Denne korrektionsfaktor, kaldet Landé-g-faktoren, kunne eksperimentelt bestemmes til ca. 2.

Da Paul Dirac i 1928 fandt sin berømte relativistiske ligning for elektronens bølgefunktion, kunne g-faktoren bestemmes teoretisk [2]. Dirac-ligningen giver  $g_s = 2$  for alle fermioner (partikler med halvtalligt spin). Det er almindeligt at udtrykke det magnetiske dipolmoment ved hjælp af enheden en Bohrmagneton

$$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} \quad (3)$$

Udtrykt ved Bohrmagnetonen bliver formelen for elektronens magnetiske dipolmoment:

$$\vec{\mu}_e = -g_s \cdot \mu_B \cdot \frac{\vec{s}}{\hbar} \quad (4)$$

## Det anomale magnetiske moment

Efter succesen med at forklare elektronens magnetiske moment med Dirac-ligningen, var det forventet, at protonen også ville have en g-faktor på 2, da den også er en fermion, men i 1933 kunne Otto Stern måle, at protonen har en g-faktor på ca. 5,5 [3]. Senere viste det sig, at neutronen også har et stort magnetisk moment, selv om den har ladning 0 [4]. Dette var et stort problem i mange år (spinkrisen), men i dag har vi en dybere forståelse af, hvorledes baryoners magnetiske moment skyldes et samspil af bidrag fra kvarkernes magnetiske momenter og deres relativistiske bevægelse (selv om vi har problemer med at opnå korrekte beregninger).

I 1947 viste nøjagtige målinger af hyperfinstrukturen i brintspektret (opsplitning af spektrallinjerner på grund af vekselvirkningen mellem elektronens magnetiske moment og magnetfeltet skabt af elektronens banebevægelse omkring protonens magnetfelt), at opsplitningen af dobbeltlinjerne svarende til de to orienteringer af elektronens spin (spin op og spin ned) var større end teoretisk beregnet [5].

Dette fik Julian Schwinger til i 1948 at foreslå, at elektronens g-faktor er en lille smule større end 2, og at denne afvigelse kunne skyldes udveksling af virtuelle fotoner, noget som vil give en lidt større g-faktor

end den en-foton vekselvirkning, som er grundlag for potentialet i Dirac-ligningen [6].

Denne afvigelse kaldes det anomale magnetiske moment  $a$ , og det er almindeligt at definere det ved at skrive elektronens magnetiske moment som:

$$\vec{\mu}_e = -(1 + a) \cdot \mu_B \cdot \frac{\vec{s}}{\hbar}. \quad (5)$$

hvor  $a = (g - 2)/2$ . Her svarer det første led (1 Bohrmagneton) til værdien fra Dirac-ligningen og kaldes derfor for elektronens Dirac-moment. Det næste led  $a$  kaldes elektronens anomale magnetiske moment.

### Kvanteelektrodynamikken

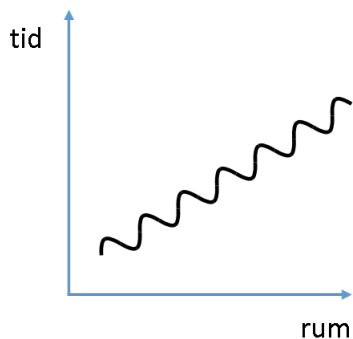
Kvanteteorien for den elektromagnetiske vekselvirkning (som også er ophav til magnetisk moment) kaldes kvanteelektrodynamikken (herefter kaldet QED). Den blev udviklet i løbet af en ca. 35-årig periode efter fremkomsten af Dirac-ligningen i 1928. Den er i fuld overensstemmelse med både kvantemekanikken og den specielle relativitetsteori.

I QED beskrives vekselvirkningen mellem elektrisk ladede partikler som udsendelse og absorption af kvanter af det elektromagnetiske felt. Disse kvanter er fotoner. Richard P. Feynman, som er en af teoriens fædre, har forklaret, at den kan beskrives ved hjælp af tre fundamentale processer:

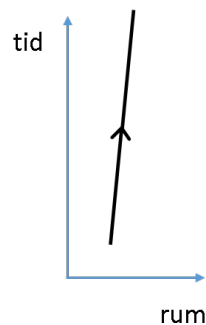
- En foton går fra et sted og en tid til et andet sted og en anden tid
- En elektron går fra et sted og en tid til et andet sted og en anden tid
- En elektron udsender eller absorberer en foton i et sted og et tidspunkt

Feynman opfandt også et simpelt diagram som illustrerer de tre processer. Diagrammet lader x-aksen betegne rumdimensionerne, og y-aksen er tidsdimensionen. En partikel betegnes som en linje, mens en foton betegnes som en bølgelinje. Partikler har en tidspil, der peger opad, mens antipartikler har en tidspil, der peger nedad.

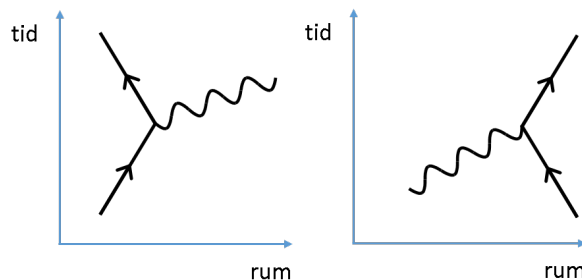
De tre fundamentale processer kan dermed illustreres ved:



Figur 2. En foton går fra et sted og tid til et andet sted og tid.



Figur 3. En elektron går fra et sted og tid til et andet sted og tid.



Figur 4. En elektron udsender eller absorberer en foton i et sted og et tidspunkt.

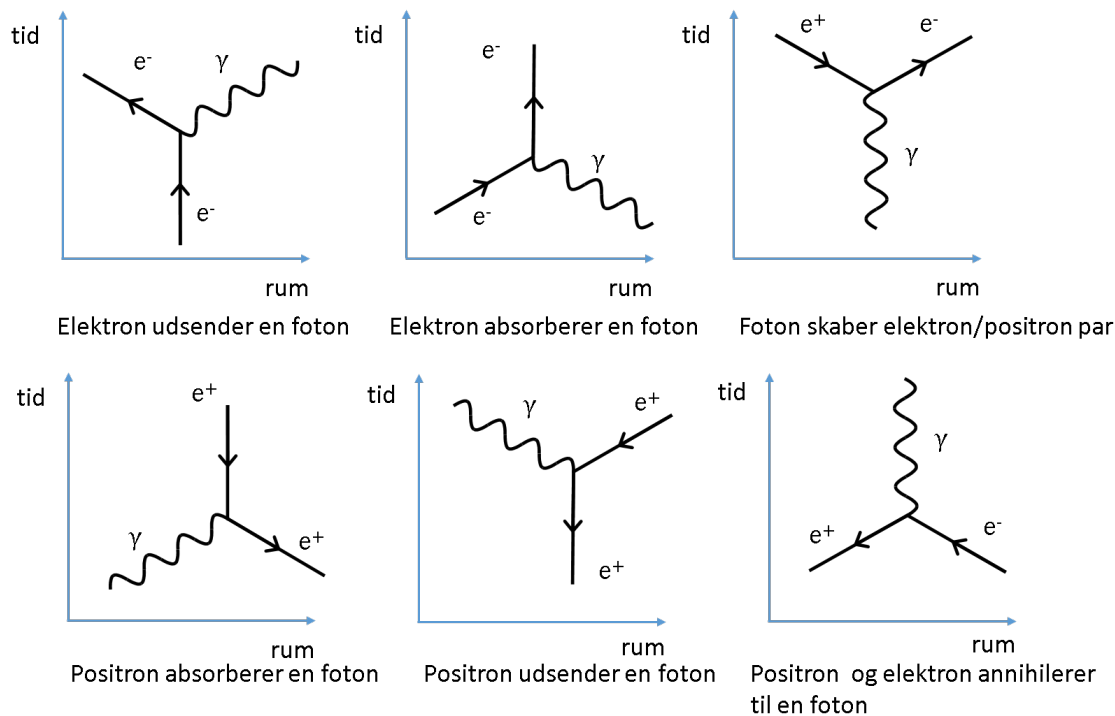
Ved at kombinere disse simple diagrammer, kan vi beregne sandsynligheden for enhver elektromagnetisk vekselvirkning. Hvert diagram repræsenterer en amplitude (som har en tilhørende kompleks matematisk funktion). Den tilhørende sandsynlighed er kvadratet af absolutværdien af amplituden. QED fortæller os ikke, hvorledes en partikel kommer fra A til B, men derimod hvorledes vi beregner sandsynligheden  $P(A,B)$  for, at partiklen kommer fra A til B. Denne kan beregnes ved at summere bidragene fra alle amplituder, som fører fra A til B, det vil sige alle tænkelige processer, som har A som begyndelsestilstand og B som sluttilstand, selv de umulige processer, som ikke lokalt bevarer energi og impuls.

Ved at udnytte at antipartikler er partikler, hvor tidspilen peger nedad, kan vi ved at rotere det simple tre-ben-diagram repræsentere alle de fundamentale vekselvirkninger i QED, som vist på figur 5.

Hver linje i et Feynman-diagram har et tilhørende matematisk udtryk, og for hvert forgreningspunkt skal der multipliceres et udtryk, som repræsenterer vekselvirkningen. Dette medfører, at amplituden falder med  $1/137$  ( $= \alpha =$  finstrukturkonstanten) for hvert forgreningspunkt.

Da en amplitude vil være en funktion af partiklernes impuls, må vi også integrere denne funktion over alle mulige værdier af impulsen for at finde sandsynligheden.

De indkommende og udgående partikler er fysisk observerbare og må have en energi og impuls som opfylder Einsteins energi-impuls-sætning fra den specielle relativitetsteori:



Figur 5. Seks fundamentale vekselvirkninger i QED.

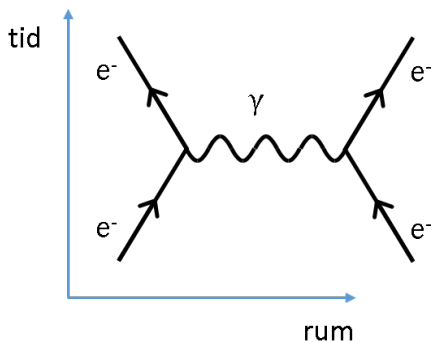
$$E^2 = m^2 c^4 + |\vec{p}|^2 c^2 \quad (6)$$

Vi siger, at disse reelle partikler ligger på masseskallen, fordi deres impulsvektor ligger på en kugleskal med radius lig med  $E/c - mc^2$ .

De *indre* partikler, derimod, har en mere tvivlsom fysisk eksistens, og deres energi og impuls opfylder ikke Einsteins energi-impuls-sætning. Vi kalder disse partikler for virtuelle partikler. De ligger ikke på masseskallen.

Vi kan nu betragte et par simple vekselvirkninger i QED. Når to elektroner frastøder hinanden, udveksler de virtuelle fotoner. Vi kalder fotonerne virtuelle, fordi de ikke har en observerbar fysisk eksistens og derfor ikke behøver at opfylde lovene for energi- og impulsbevarelse, de skal bare opfylde Heisenbergs usikkerhedsrelation.

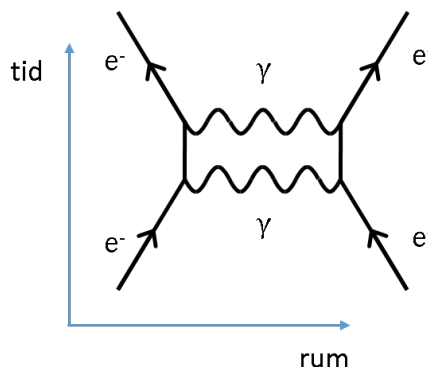
Det simpleste Feynman-diagram for vekselvirkning mellem to elektroner er udveksling af en foton. Det tilhørende diagram er:



Figur 6. Frastødning mellem to elektroner.

Vi ser, at fotonen udsendes og absorberes samtidig. Det må den godt, da det er en virtuel partikel. En

sådan foton kaldes rumlig (space-like). Dette diagram er det dominerende bidrag til Coulombs lov. Men der er også bidrag for mere komplicerede diagrammer som for eksempel to fotoner:

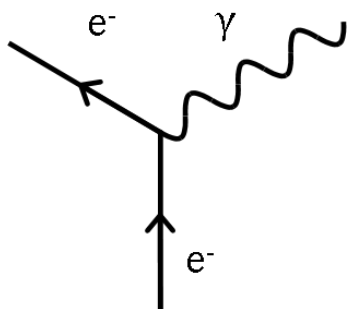


Figur 7. Udveksling af to fotoner.

For at beregne sandsynligheden for at elektronerne spredes i en bestemt vinkel, når de kolliderer, må vi summere amplituderne fra alle diagrammer med to elektroner i sluttstanden. Dette lyder som en umulighed, men her bliver vi hjulpet af, at ethvert forgreningspunkt medfører, at amplituden falder med en faktor 137. Vi kan derfor nøjes med kun at medregne de simple diagrammer med få forgreningspunkter. Diagrammet i figur 7 indeholder fire forgreningspunkter og har derfor en amplitude på ca.  $1/137^2$  af diagrammet med en foton.

Det magnetiske moment skyldes også den elektromagnetiske vekselvirkning. I QED er det simpleste diagram, som bidrager til det magnetiske moment, udveksling af en foton. Diagrammet er vist på figur 8.

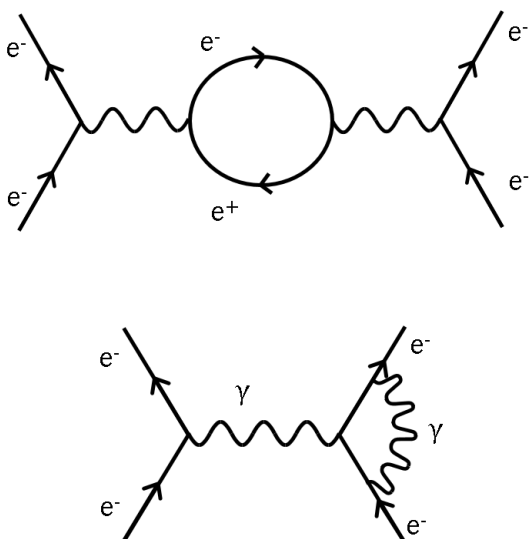
Dette diagram med en foton giver  $g_s = 2$  i Dirac-ligningen.



Figur 8. Magnetisk moment i Dirac-ligningen.

### Vakuumpolarisation

Som vi har set, er elektronens magnetiske moment en lille smule større end  $g_s = 2$ . Det fik Julian Schwinger til at foreslå, at denne afvigelse kunne skyldes bidrag fra mere komplicerede Feynman-diagrammer. Lad os prøve at betragte diagrammer med fire forgreningspunkter. Vi har allerede set et diagram med to fotoner (figur 7), men der er flere diagrammer med to fotoner:



Figur 9. Diagrammer med to fotoner.

Det første diagram i figur 9 er specielt interessant. Her udsendes en foton, som så kortvarigt danner et elektron/positron-par, som derefter annihilerer til en ny foton. Diagrammer, som danner virtuelle partikel/antipartikel-par, er ophav til et meget interessant fænomen, som kaldes vakuumpolarisation. De medfører, at der i vakuum kortvarigt opstår elektrisk ladede virtuelle partikler. Disse virtuelle partikler giver sig fysisk til kende i en række effekter:

- Ifølge Schrödinger-ligningen skulle energiniveauerne i brintatomet kun afhænge af hovedkvantetallet  $n$ . I Dirac-ligningen opstår en opsplitning af spektrallinjernerne med forskellige asimutale kvantetal  $j$ . Men på grund af vakuumpolarisationen "tværes" elektronpositionen ud med ca. 0,4 pm. Dette medfører, at energiniveauerne forskydes en lille smule. Effekten på  $j$  kaldes *Lamb shift* [7].

- Vakuumpolarisationen afskærmer elektronens ladning. Ved korte afstande opfører elektronen sig, som om

den havde en større ladning end elementarladningen. Dette kan observeres i spredningsforsøg med elektroner.

- Der opstår en tiltrækning mellem elektrisk ledende plader i vakuum, selv om de ikke har ladning. Fænomenet kaldes *Casimir-effekten*.

- Vakuumpolarisation ved begivenhedshorisonten omkring et sort hul er ophav til *Hawking-stråling*, som tapper energi fra hullet (denne effekt er ikke observeret).

- Det magnetiske moment afviger fra løsningen af Dirac-ligningen. Afvigelsen kaldes det *anomale magnetiske moment*.

### Myonen, elektronens tungere fætter

I 1936 opdagede Carl D. Anderson og Seth Neddermeyer en ny elementarpartikel i kosmisk stråling [8]. Den havde en masse på  $105,66 \text{ MeV}/c^2$  og samme ladning som elektronen. Efter en del forvirring om, hvad det var for en partikel, blev det efterhånden klart, at det var en tungere fætter til elektronen. Den fik navnet myonen og er også en lepton ligesom elektronen. Faktisk har den alle egenskaber til fælles med elektronen, bortset fra massen, som er ca. 207 gange elektronmassen.

Vi ved i dag, at myonen ifølge standardmodellen tilhører anden generation af elementarpartiklerne sammen med s-kvarken, c-kvarken og myon-neutrinoen. Myonen er ustabil og henfalder til en elektron, en myon-neutrino og en elektron-antineutrino:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (7)$$

En myon i hvile har en levetid på  $2 \mu\text{s}$ , men hvis den bevæger sig med høj hastighed, forlænges levetiden på grund af relativistisk tidsforlængelse.

Ligesom elektronen, har myonen en antipartikel (anti-myonen) med positiv elektrisk ladning. Alle Feynman-diagrammer vi kan tegne med elektroner, vil også være gyldige med myoner.

Hver kvadratmeter af Jordens overflade rammes af ca. 10.000 myoner per minut. De kommer fra kosmisk stråling, som rammer molekylerne i den øvre atmosfære. På grund af den relativistiske tidsforlængelse kan de ramme jorden (se for eksempel [17]).

De myoner, som rammer jorden, skabes, når mesoner henfalder ved hjælp af den svage vekselvirkning. Mesoner er beslægtet med nukleonerne (de er også hadroner), men i stedet for tre kvarker, består de af en kvark og en anti-kvark. Når protoner i kosmisk stråling rammer atmosfæren, dannes der tit  $\pi$  mesoner (også kaldet pioner). Et par eksempler på henfald af en pion er:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu \quad (8)$$

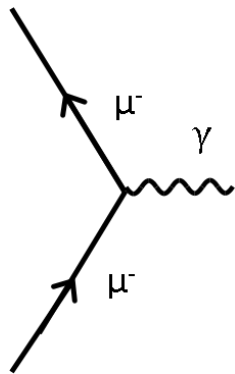
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu \quad (9)$$

Myonen opfylder også Dirac-ligningen og har et anomalt magnetisk moment ligesom elektronen. Men i modsætning til elektronen er myonens anomale magnetiske moment større end forudset fra teoretiske beregninger. Vi vil derfor koncentrere os om myonen i resten af denne artikel.

## Teoretisk beregning af myonens magnetiske moment

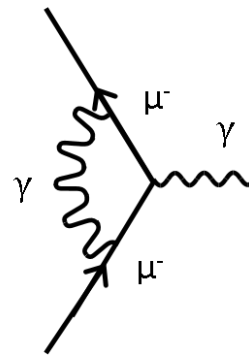
Vi vil nu se på, hvorledes vi beregner myonens magnetiske moment ud fra QED. Det første bidrag kommer fra Dirac-ligningen. Det tilhørende Feynman-diagram er vist i figur 10. Den virtuelle foton til højre repræsenterer vekselvirkningen med det eksterne magnetfelt, som bruges til at måle det magnetiske moment. Diagrammet viser en myon, som afbøjes af magnetfeltet.

Vi kender allerede resultatet, da Dirac-ligningen giver  $g_s=2$  og dermed  $a=0$ .



Figur 10. Bidrag fra Dirac-ligningen.

Men i kvantefeltteori skal vi summere amplituderne fra alle diagrammer, som giver samme begyndelses- og slutttilstand. Det næste bidrag blev foreslået af Julian Schwinger i 1948. Det indeholder en virtuel foton, som udsendes af myonen, inden den vekselvirker med magnetfeltet og absorberes igen bagefter. Det er vist på figur 11.



Figur 11. Diagram med en virtuel foton.

Dette diagram giver

$$a^{(2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{\pi} = 0,0011617 \quad (10)$$

hvor  $\alpha=1/137,0359991146$  er finstrukturkonstanten.

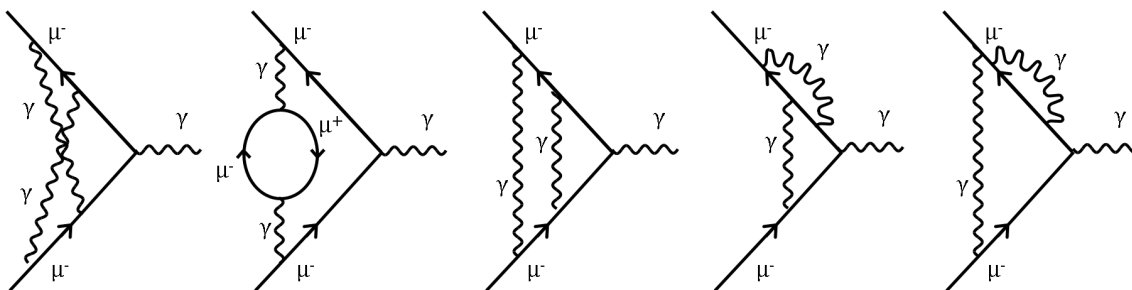
Det næste bidrag kommer fra diagrammerne med to virtuelle fotoner. Vi tager først dem, hvor der kun indgår myoner og fotoner.

Der er totalt syv, fordi de to sidste også kan spejles vertikalt. Når vi summerer disse bidrag, får vi en ny korrektion til g-faktoren [9] og [10]:

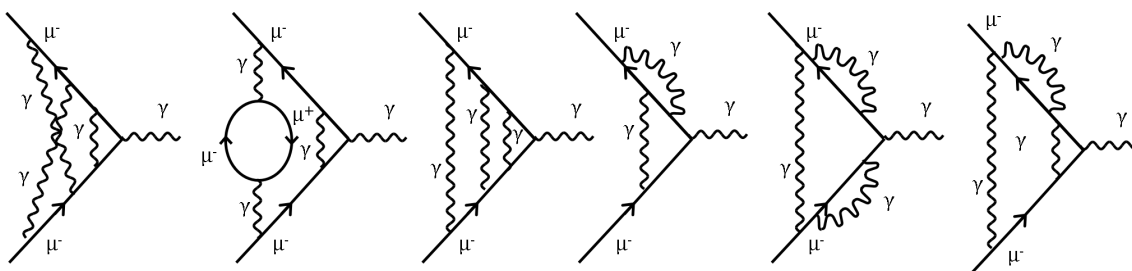
$$a^{(4)} = -0,328478965 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (11)$$

Dernæst skal vi summere alle diagrammer med tre fotoner. Nu begynder der at blive rigtig mange (totalt er der 72 diagrammer). Et udvalg af eksempler er vist i figur 13.

Diagrammet giver en ny korrektion til g-faktoren [11] (oven i de to foregående).



Figur 12. Feynman-diagrammer med to fotoner.



Figur 13. Diagrammer med tre fotoner.



$$a^{(6)} = 1,181241456 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad (12)$$

Hvis vi går videre med diagrammerne med fire fotoner, er der totalt 891 Feynman-diagrammer, der skal summeres. Resultatet bliver [12]:

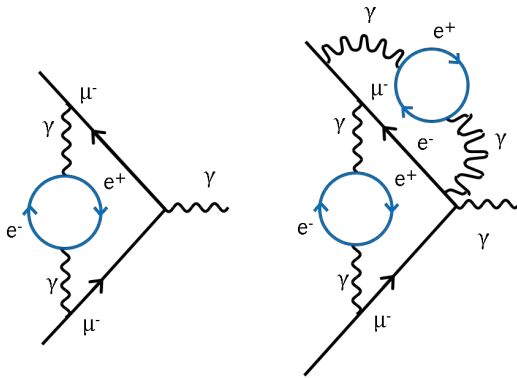
$$a^{(8)} = -1,728335 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 \quad (13)$$

Hvis dette var hele sandheden, ville myonens anomale magnetiske moment være summen:

$$a = a^{(2)} + a^{(4)} + a^{(6)} + a^{(8)} = 0,001159652181, \quad (14)$$

som giver en g-faktor:  $g_s = 2a + 2 = 2,00231930436$

Her har vi kun taget hensyn til diagrammer med myoner og fotoner. Men en virtuel foton kan også skabe virtuelle elektron/positron-par, som vist på figur 14. Disse diagrammer kaldes elektronloop-diagrammer.



Figur 14. Eksempler på elektronloop-diagrammer.

Når vi summerer disse diagrammer, får vi nye bidrag til det anomale magnetiske moment. Elektron-diagrammer med to fotoner giver:

$$a_e^{(4)} = 1,094258311184 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (15)$$

Vi skal også medtage bidrag fra elektronloop-diagrammerne med tre og fire fotoner. Vi får:

$$a_e^{(6)} = 1,92045513033 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad (16)$$

$$a_e^{(8)} = 10,83920166 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 \quad (17)$$

Men vi er ikke færdige endnu. Elektronen og myonen har en storebroder kaldet  $\tau$ -(tau)-leptonen. Den indgår i teorien på lige fod med elektronen og giver de eksakt samme diagrammer, men med en meget højere masse.

De tilsvarende bidrag fra  $\tau$ -loopdiagrammer med to og tre og fotoner er:

$$a_e^{(4)} = 0,00007856426 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (18)$$

$$a_e^{(6)} = -0,0017823348 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad (19)$$

Bidraget fra diagrammer med fire eller flere fotoner er for lille til at påvirke resultatet.

Men vi har også bidrag fra blandede diagrammer, hvor det ene loop er en tau, og det andet er enten en elektron eller en myon.

Dette giver yderligere korrektioner:

$$a_e^{(4)} = 0,0005276617 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (20)$$

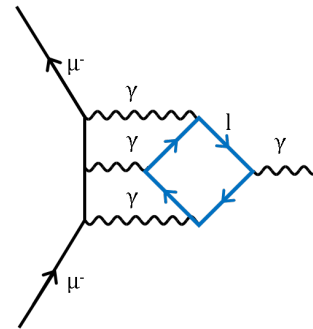
$$a_e^{(6)} = -0,04618837 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad (21)$$

Vi skal nu summere bidragene fra alle disse processer. Det giver:

$$a = a^{(2)} + a^{(4)} + a^{(6)} + a^{(8)} + a_e^{(4)} + a_e^{(6)} + a_e^{(8)} + a_\tau^{(4)} + a_\tau e^{(6)} = 0,0011655810325,$$

som giver en g-faktor:  $g_s = 2a + 2 = 2,00233116206$ .

Selv om en foton ikke har elektrisk ladning og derfor ikke selv kan udsende og absorbere fotoner, kan den danne elektron/positron-par, som har ladning. Dette giver ophav til foton-fotonspredning via vakuumpolarisation, såkaldt Delbrück-spredning. Et eksempel på en sådan proces er vist i figur 15, hvor virtuelle fotoner fra myonen vekselvirker med et virtuelt lepton/anti-leptonpar.



Figur 15. Foton-fotonspredning via leptonloop.

Der er mange varianter af lignende diagrammer. Totalt giver de et bidrag på

$$a_{\gamma\gamma}^{(6)} = 20,9500677285 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad (23)$$

$$a_{\gamma\gamma}^{(8)} = 121,9269 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 \quad (24)$$

Når vi summerer alle bidrag fra diagrammer, som involverer den elektromagnetiske vekselvirkning i 4 loops (8. orden i  $\frac{\alpha}{\pi}$ ) får vi:  $a = 0,0011658471439$

Den tilhørende g-faktor bliver:  $g_s = 2a + 2 = 2,00233169429$ .

I denne beregning har vi kun taget højde for loopdiagrammer, som involverer leptoner ( $e, \mu, \tau$ ). Men der findes tilsvarende diagrammer med virtuelle hadroner ( $\pi$ -mesoner, K-mesoner osv.). Da mesoner indeholder et kvark/anti-kvarkpar, giver disse diagrammer en meget mindre amplitude (der skal skabes to virtuelle partikler i

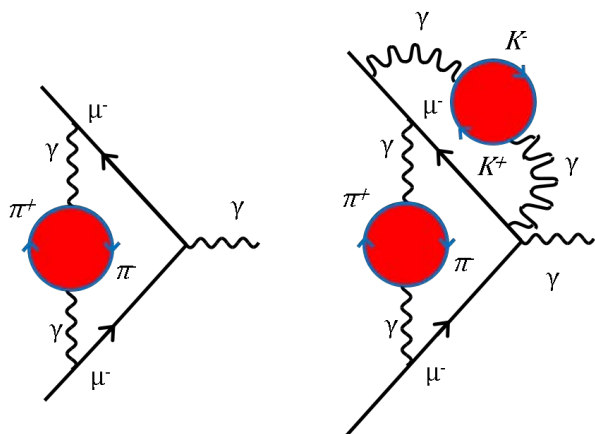
hvert forgreningspunkt). Eksempler på loopdiagrammer med hadroner er vist på figur 16.

De bedste teoretiske beregninger med indtil tre loop-diagrammer giver et bidrag til g-faktoren på:

$$a_{\mu}^{(6)}(H) = 6901 \cdot 10^{-11} \quad (25)$$

Tilsvarende beregning af fire loopdiagrammer giver:

$$a_{\mu}^{(8)}(H) = -97,9 \cdot 10^{-11} \quad (26)$$

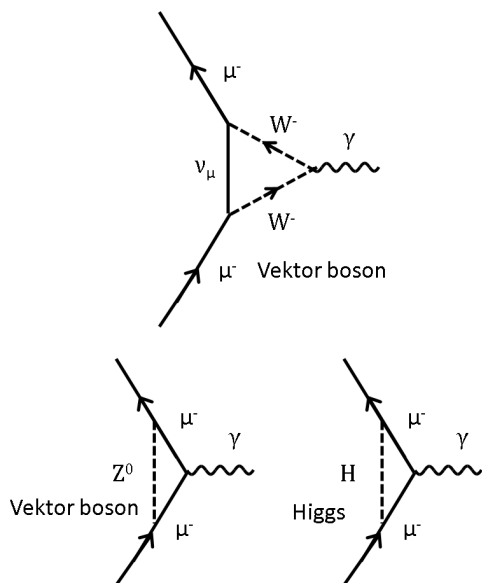


Figur 16. Eksempler på hadron-loopdiagrammer.

Vi tager også bidraget med fra foton-fotonspredning i hadrondiagrammer:

$$a_{\mu}^{(6)}(H) = 11 \cdot 10^{-10} \quad (27)$$

Vi er dog ikke helt i mål. Hidtil har vi kun beregnet diagrammer, som involverer den elektromagnetiske vekselvirkning (udveksling af virtuelle fotoner). Men myonen kan også udsende og absorbere vektorbosoner ( $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ ) og Higgs-bosoner via den svage vekselvirkning. Første ordens diagrammer af denne type er vist på figur 17.



Figur 17. Eksempler på diagrammer med bosoner.

Når vi summerer bidragene fra disse og lignende, mere komplicerede diagrammer, får vi et bidrag fra den svage vekselvirkning på:

$$a_{\mu}^{EW} = 15,4 \cdot 10^{-10} \quad (28)$$

For en sikkerheds skyld snupper vi også den nyeste beregning af fem-loopdiagrammerne med myoner, elektroner og tau-loops:

$$a_{\mu}^{(10)} = 663 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 = 4.483 \cdot 10^{-11} \quad (29)$$

Når vi lægger alt dette sammen, får vi standardmodellens forudsigelse af myonens magnetiske moment [13]:

$$a_{\mu}^{SM} = 0,00116591785(61). \quad (30)$$

Den tilhørende g-faktor er:

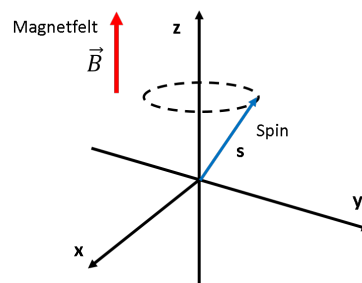
$$g_s = 2a + 2 = 2,00233183571(22) \quad (31)$$

I denne beregning er der medtaget bidrag fra ca. 15.000 Feynman-diagrammer.

### Måling af myonens magnetiske moment

Når vi har ofret så meget besvær på at beregne myonens magnetiske moment, er det, fordi det kan måles med fantastisk nøjagtighed. Dette giver os mulighed for at sammenligne standardmodellens teoretiske beregninger med fysiske målinger og derved efterprøve teorien med ti decimalers nøjagtighed. Vi skal her se på, hvorledes vi udfører denne måling.

Når en myon befinder sig i et magnetfelt, vil spin (og dermed magnetisk moment) præcessere (rottere) omkring magnetfeltets retning, præcis som en snurretopps akse roterer (figur 18).



Figur 18. Præcession af spin i magnetfelt.

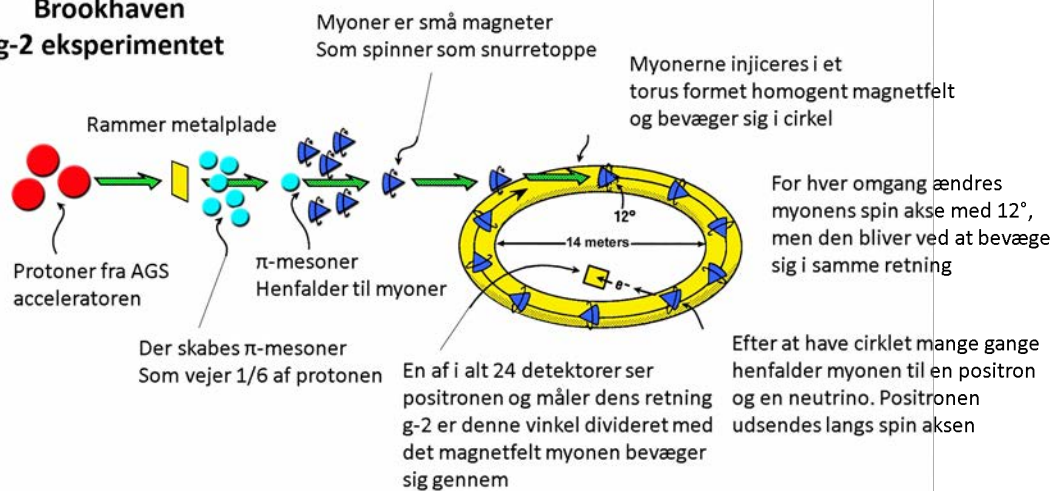
Frekvensen for denne rotation (som kaldes Larmor-frekvensen) er givet ved formlen:

$$\omega = \frac{egB}{2m_{\mu}} \quad (32)$$

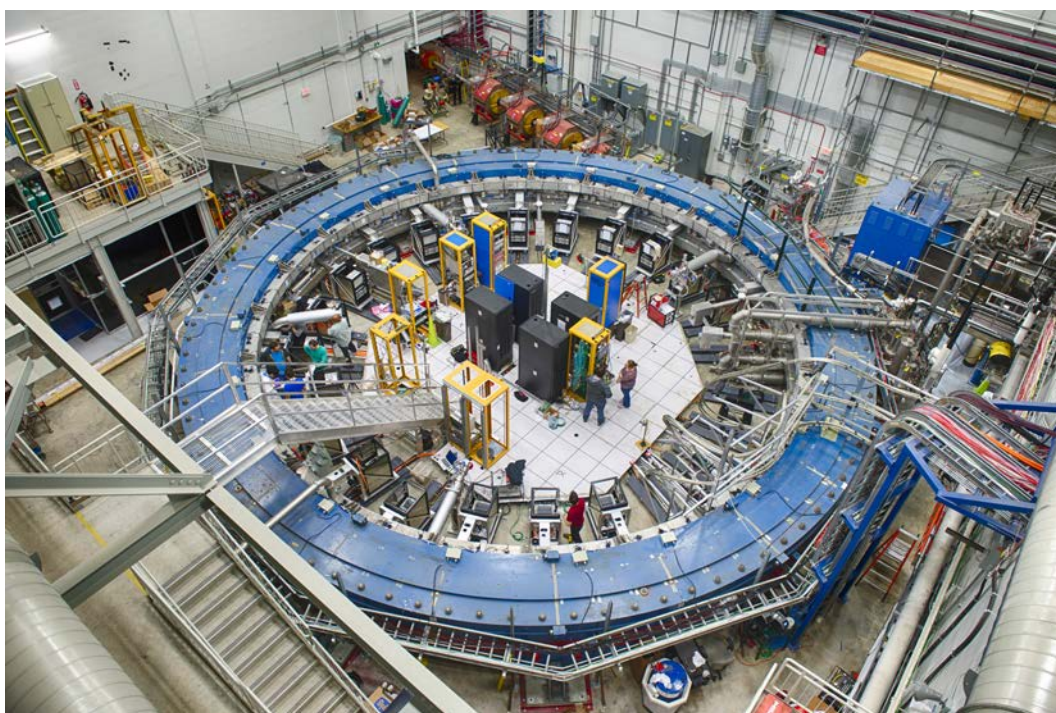
Hvor  $e$  er elementærladningen,  $B$  er magnetfeltstyrken og  $g$  er g-faktoren. Vi kan derfor bestemme g-faktoren ved at måle Larmor-frekvensen.

Den mest nøjagtige måling af myonens g-faktor er foretaget ved Brookhaven National Laboratory uden for New York. Her anvendte man en lagring, som blev fyldt med anti-myoner. Myonerne blev skabt ved, at protoner fra laboratoriets accelerator ramte en metalplade, hvorved der skabes en række sekundære partikler. Af disse blev der skabt et strålebundt af positive  $\pi$ -mesoner, som derefter henfalder til anti-myoner. Disse blev opsamlet, polariseret og injiceret i en lagring med et meget homogent magnetfelt.

## Brookhaven g-2 eksperimentet



Figur 19. Brookhavens g-2-eksperiment.



Figur 20. Brookhavens myonlagerring.

Inde i magnetfeltet vil myonens spin rotere omkring lagerringens magnetfelt med Larmor-frekvensen. (Dette er lidt forenklet, i virkeligheden påvirkes frekvensen også af beam-parametre). For hver omgang i ringen drejes myonens spinakse med  $12^\circ$ , uden at bevægelsesretningen påvirkes. Efter at have cirkuleret mange omdrejninger, henfalder anti-myonen til en positron og en neutrino. Positronen udsendes langs med myonens spinakse. Ved at måle vinklen på de udsendte positroner, kan man derfor bestemme Larmor-frekvensen. Princippet er illustreret i figur 19.

Brookhavens myonring med tilhørende detektorer til positroner er vist på figur 20.

For at måle Larmor-frekvensen kan man nu observere variationer i intensiteten af positroner som funktion af tiden. Her vil frekvensen kunne ses som periodiske variationer i positronsignalet som vist på figur 21.

Ved at studere signalet fra positron-detektorerne kunne fysikerne ved Brookhaven-eksperimentet foretage en meget nøjagtig bestemmelse af Larmor-frekvensen og dermed bestemme g-faktoren. Resultatet var:

$$g_s^{EXP} = 2,0023318421(46) \quad (33)$$

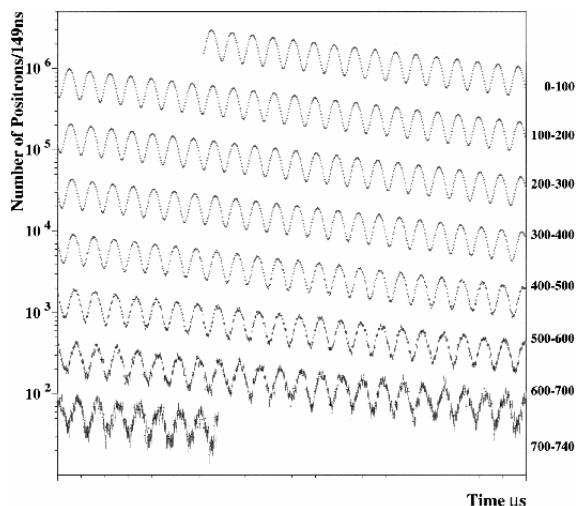
Vi sammenligner med det teoretiske resultat fra standardmodellen:

$$g_s^{SM} = 2,00233183571(22) \quad (34)$$

Her ser vi, at på trods af, at vi har en fantastisk overensstemmelse i de første ti cifre, er der en forskel på ca. tre standardafvigelser. Vi kan derfor konkludere, at hvis der ikke er systematiske fejl i enten målinger eller beregninger, afviger målingerne fra de teoretiske



beregninger. Dette indikerer, at der findes fysiske processer, som påvirker vakuumpolarisationen og som ikke er indeholdt i standardmodellen!



**Figur 21.** Svingninger i positronsignalet ved g-2-eksperimentet.

For at finde ud af om denne afvigelse er en statistisk anomali eller en reel fysisk effekt, er det vigtig at målingen af myonens magnetiske moment bliver udført med væsentlig større nøjagtighed. Derfor er hele myonlagringen demonteret og transporteret fra Brookhaven til Fermilab ved Chicago. Ved Fermilab bliver der mulighed for at fylde væsentlig flere myoner i ringen [15]. Man regner med at kunne lave nye målinger med en usikkerhed på 0,14 ppm, det vil sige en faktor fire bedre end målingerne fra Brookhaven. Dette vil klart kunne vise, om den nuværende afvigelse er en statistisk tilfældighed, eller om der er reel fysik hinsides standardmodellen. Dataopsamling ved Fermilab forventes at starte i år.

Det er interessant, at der er konstateret en tilsvarende afvigelse mellem teori og eksperiment for Lambskiftet for myonisk brint [16]. Dette er brintatomer, hvor elektronen er erstattet af en myon. Her er der en uoverensstemmelse på fem standardafvigelser. Dette tyder på, at der er ny fysik i myonens magnetiske moment.

## Konklusion

Målingen af myonens magnetiske moment er den mest nøjagtige måling, der er udført i naturvidenskabens historie. Den teoretiske forudsigtelse ud fra standardmodellen er baseret på beregning af bidrag fra et femcifret antal Feynman-diagrammer, som repræsenterer amplituder af virtuelle partikler i vakuum. Sammenlignet med beregningerne afviger målingerne med tre standardafvigelser. Hvis denne afvigelse fastholdes efter mere nøjagtige målinger, som nu udføres ved Fermilab, betyder det enten, at der findes fysiske processer eller partikler, som ikke er en del af standardmodellen, eller, at der er fejl i beregningerne. Det første ville være en stor opdagelse.

## Litteratur

- [1] W. Gerlach og O. Stern (1922) *Z. Phys.*, 8, 110; (1922) *Z. Phys.*, 9, 349; (1924) *Z. Phys.*, 9, 353.
- [2] P. A. M. Dirac (1928), *Proc. R. Soc.*, A117, 610, og (1928) A118, 351.
- [3] R. Frisch og O. Stern (1933) *Z. Phys.*, 85, 4; I. Estermann og O. Stern (1933) *Z. Phys.* 85, 17.
- [4] L. W. Alvarez og F. Bloch (1940) *Phys. Rev.* 57, 111.
- [5] J. E. Nafe, E. B. Nelson og I. I. Rabi (1947) *Phys. Rev.* 71, 914; D. E. Nagel, R. S. Julian og J. R. Zacharias (1947) *Phys. Rev.* 72, 971.
- [6] J. Schwinger (1948) *Phys. Rev.* 73, 416L; (1949) *Phys. Rev.*, 76, 790.
- [7] W. E. Lamb og R. C. Retherford (1947) "Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method", *Phys. Rev.*, 72, 241.
- [8] S. H. Neddermeyer og C. D. Anderson (1937) "Note on the nature of cosmic ray particles", *Phys. Rev. Lett.*, 51, 884.
- [9] A. Petermann (1957) *Phys. Rev.*, 105, 1931.
- [10] C. M. Sommerfield (1957) *Phys. Rev.* 107, 328.
- [11] S. Laporta og E. Remiddi (1996) *Phys. Lett.*, B379, 283.
- [12] T. Kinoshita og M. Nio (2006) *Phys. Rev.*, D73, 013003.
- [13] J. P. Miller, E. de Rafael, B. L. Roberts og D. Stöckinger (2012) "Muon (g-2): Experiment and Theory", *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 62, 237.
- [14] G. W. Bennett m.fl. (2002) "Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.7 ppm", *Phys. Rev. Lett.*, 89, 129903.
- [15] W. Gohn (2016-01-01). "The muon g-2 experiment at Fermilab".
- [16] R. Pohl m.fl. (2010) "Quantum electrodynamics: A chink in the armour?", *Nature* 466, 213.
- [17] U. Uggerhøj (2016) *Speciel Relativitetsteori*, Århus Universitetsforlag.



Bernhard Lind Schistad er cand.real. fra Universitetet i Oslo. Han har været forsker i partikelfysik ved Niels Bohr Institutet og CERN og senere arbejdet med udvikling af grafiske systemer og radar. Han har i de sidste fem år undervist i fysik og matematik på Viborg Tekniske Gymnasium.