

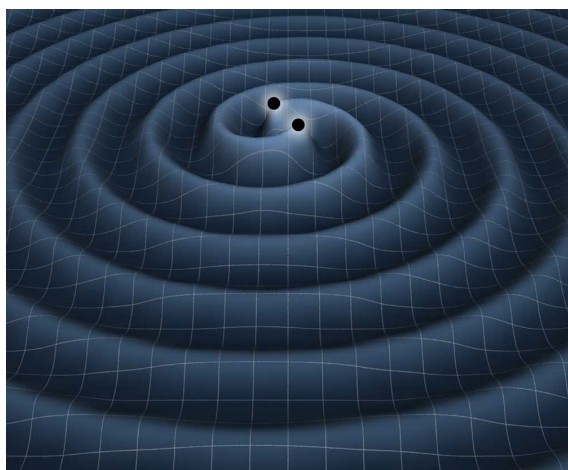
Tyngdebølger observeret for første gang

Af Jens Olaf Pepke Pedersen og Michael Cramer Andersen, KVANT

Begejstringen var stor blandt fysikere verden over, da det blev annonceret den 11. februar 2016 [1, 2], at tyngdebølger for første gang var observeret direkte. Forskere ved det amerikanske LIGO-eksperiment (LIGO = Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) havde observeret tyngdebølger fra sammensmeltningen af to sorte huller i en fjern galakse. Nyhedsmedierne kogte over og eksperter vurderede det som en historisk opdagelse, der fortjener en nobelpris. Selvom der ikke var megen tvivl om, at tyngdebølgerne eksisterede, blev det sammenlignet med et nyt vindue til Universet, som blev åbnet. Vi vil her gennemgå lidt af historien bag tyngdebølgerne, som er forudsagt af Einsteins almene relativitetsteori, og beskrive hvordan målingen af det svage signal kunne lade sig gøre.

Forudsagt af Einstein

Tyngdebølger udsendes af et varierende tyngdefelt, lidt på samme måde som elektromagnetisk stråling udsendes fra accelererede elektriske ladninger. Tyngdebølger er meget svage bølger *i selve rumtiden*, og det er kun kompakte masser, der krummer rumtiden meget, og som ændrer sig fx i et binært system, der vil resultere i detekterbare bølger i rumtiden, se figur 1.



Figur 1. To kompakte stjernesterer, der kredser om hinanden, udsender en spiralformet tyngdebølge i rumtiden. Rumtiden er meget stiv, så tyngdebølgerne er uhyre svage (NASA).

Tyngdebølger i rumtiden blev første gang diskuteret af Einstein i 1916 og 1918. I 1936 udarbejdede Einstein en artikel, sammen med Nathan Rosen, som blev indsendt til *Physical Review*. I artiklen med titlen “Do Gravitational Waves Exist?” viste forfatterne, at der *ikke* kunne eksistere nogle regulære periodiske tyngdebølger uden singulariteter (uendeligheder), og svaret på spørgsmålet i titlen var således negativt. En kritisk anonym referee påpegede dog flere fejl i artiklen og Einstein trak artiklen tilbage – fordi han ikke brød sig om anonymt peer review [3].

Einstein indsendte derefter artiklen til *Journal of the Franklin Institute*, der ikke brugte anonyme referees. Men da artiklen udkom, var den alligevel omskrevet og konklusionen var nu positiv! Einstein var blevet klogere, fordi han ad omveje var blevet gjort opmærksom på fejl i argumentationen af den selvsamme anonyme referee [3]. De uønskede singulariteter var kun tilsyneladende og kunne fjernes ved passende valg af koordinater, så tyngdebølger burde være mulige.

Til trods for, at mange derefter mente, at tyngdebølger eksisterede, så var det ikke teknisk muligt at detektere dem. Einstein mente faktisk at de var så svage, at de aldrig ville blive målt.

I 1957 argumenterede Richard Feynman imidlertid for, at en passerende tyngdebølge ville kunne få en perle til at flytte sig på en stang og derved afsætte energi [4], og i 1962 blev princippet om interferometre beskrevet. I 1968 rapporterede Joseph Weber, at han havde detekteret tyngdebølger, hvilket dog skulle vise sig at være fejlagtigt, men året forinden havde Rainer Weiss fået ideen til LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory).

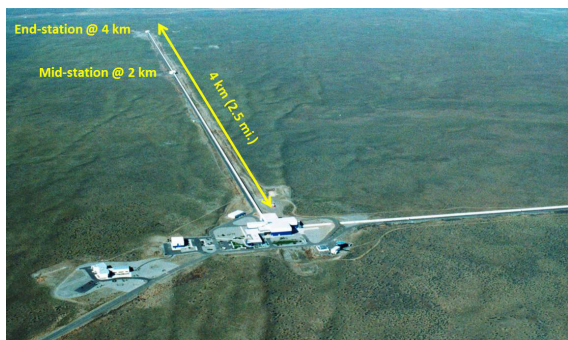
Tyngdebølger målt indirekte med pulsarer

I 1974 blev den første pulsar i et binært system opdaget – “PSR B1913+16” – af astronomerne Russell Hulse og Joseph Taylor. Systemet består af to neutronstjerner, hvor den ene kan observeres som en pulsar, der udsender radiostråling. Afstanden fra Jorden er ca. 21.000 lysår og omløbstiden er 7,75 timer. Ved at observere omløbstiden meget præcist opdagede Hulse, at omløbstiden ændrede sig med omkring 7 millisekunder pr. århundrede. Dvs. systemet tabte langsomt energi, som netop kunne forklares med, at der blev udsendt tyngdebølger (se figur 1). Læs fx mere i [5].

Dette var den første *indirekte* bekræftelse af tyngdebølgers eksistens. Opdagelsen resulterede i en nobelpris til Hulse og Taylor i 1993 [6]. Med Einsteins almene relativitetsteori kan man ret præcist beregne, at systemet vil udstråle den gravitationelle energi i banerne på 301 mio. år, mens neutronstjerne spiraller ind mod hinanden og til sidst kolliderer. Selv om tyngdebølgerne ikke er observeret direkte, følger de ca. 15 dobbelte neutronstjernesystemer, der er observeret, samme mønster og de er meget stærke indicier på tyngdebølgernes eksistens. Herunder den eneste kendte *dobbelpulsar* (“PSR J0737-3039”), opdaget i 2003, som har en forventet levetid på 85 mio. år.

LIGO og andre detektorer

I 1992 grundlagde Kip Thorne, Ronald Drever og Rainer Weiss “LIGO-observatoriet” og ti år senere indledtes første fase (2002-2010), der ledte efter tyngdebølger fra kompakte objekter i Mælkevejen eller andre galakser. Der blev imidlertid ikke observeret nogen signaler, der hævdede sig over baggrundsstøjen fra fx jordrystelser eller instrumentfejl.



Figur 2. Luftfoto af LIGO-dektoren ved Hanford i Washington (LIGO).

Efter flere års ombygning og opgradering åbnede “Advanced LIGO” i september 2015. Den består af to avancerede detektorer – den ene i Livingston, Louisiana, og den anden i Hanford, Washington (se figur 2), hver med to “arme” på 4 km. De har en indbyrdes afstand på 3002 km. Det var med disse instrumenter, at tyngdebølgerne blev målt den 14. september 2015, deraf navnet “GW150914”. LIGO har siden 2007 samarbejdet med den tilsvarende men lidt mindre detektor “Virgo”, med to 3 km-arme, nær Pisa. Derudover findes der flere mindre detektorer i bl.a. Tyskland og Japan.

Måling af tyngdebølgerne “GW150914” og den astrofysiske fortolkning

LIGO har som nævnt ledt efter tyngdebølger siden 2002 og undervejs gennemgået et antal opgraderinger og forbedringer. Da tyngdebølgerne ankom den 14. september 2015 var det faktisk inden observationskampagnen officielt var gået i gang, men heldigvis var instrumenterne i fuld funktion. Signalet varede en femtedel af et sekund, se figur 3 nederst, og tyngdebølgerne passerende i øvrigt først igennem Jorden.

Det var nok til, at det kunne lade sig gøre at regne ud, at bølgen med stor sandsynlighed stammede fra to sorte huller, der stødte sammen i en afstand af ca. 1,3 mia. lysår (410 ± 170 Mpc, hvor 1 pc (parsec) = 3,26 lysår).

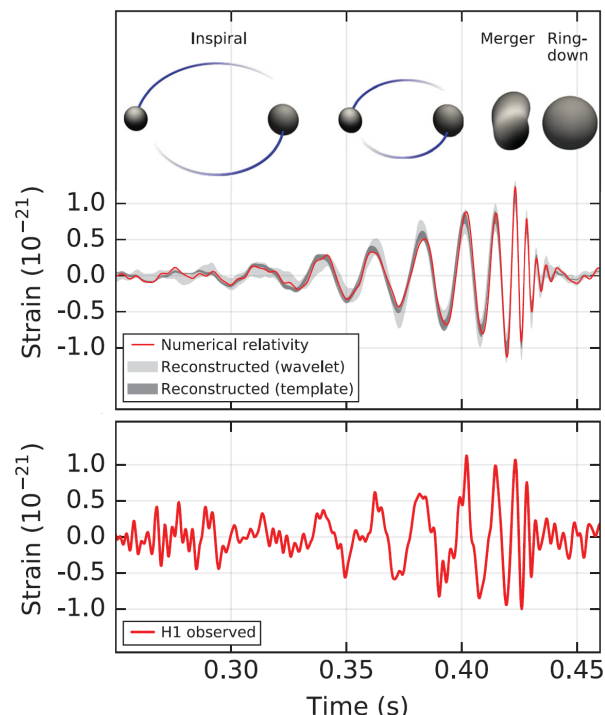
Ifølge Einsteins almene relativitetsteori vil et system af to sorte huller tabe energi ved at udsende tyngdebølger, og når de kolliderer, udsendes en del af massen også som tyngdebølger. Det observerede signal kan opdeles i tre faser (se tegningerne øverst på figur 3):

1. Indspirallering
2. Sammensmeltning (“merging”)
3. Dæmpning (“ring down”)

Den første fase (indspirallering) ses først tydeligt i de allersidste 5-7 omløb før sammensmeltningen. Dette skyldes, at tyngdebølgerne skal have en vis styrke (amplitude) og høj nok frekvens, før de kan træde frem over baggrundsstøjen.

Signalet i Livingston-detektoren ligner Hanford-signalet meget. Tyngdebølgerne blev registreret i begge detektorer med en tidsforskel på 7 ms, altså indenfor de maksimale 10 ms, som er afstanden mellem detektorerne (3002 km) divideret med lyshastigheden. Dette

udelukker, at det kan skyldes en lokal seismisk forstyrrelse, hvilket der heller ikke blev registreret. Ud fra tidsforskellen kunne man, ved hjælp af triangulering, nogenlunde angive retningen, som bølgen kom fra, til et sted omkring “Den Store Magellanske Sky” – dog betydeligt længere væk!



Figur 3. Øverst: Model (simulering) af tyngdebølgerne fra sammensmeltningen af to sorte huller, sammen med tegninger af de tre faser. Nederst: Signalet fra Hanford-detektoren efter en række filtreringer, der undertrykker baggrundsstøj udenfor detektorens optimale frekvensområde på 35-350 Hz. “Strain” (h) er givet ved ligning (1). (Figur modificeret fra [7] figur 1 og 3).

Mulige signaler fanges løbende ved, at der sammenlignes med 250.000 forudberegnete modeller (“templates”), der er resultatet af (omfattende) beregninger, bl.a. indenfor “Numerisk Relativitetsteori”. Disse modeller forudsiger, hvordan signalet fra tyngdebølger fra forskellige kilder vil se ud i detektorerne. I modellerne anvendes mange astrofysiske parametre¹.

Signalet fra GW150914 er vist i figur 3 (nederst) efter en række filtreringer med bl.a. mange instrumentafhængige parametre. Dette er sammenlignet med ca. 20.000 mere detaljerede astrofysiske modeller, hvor den model der passer bedst er vist i figur 3 (øverst).

Modellen viser [7, 8], at de to sorte huller før sammensmeltningen havde masser på omkring 36 og 29 solmasser samt, at afstanden mellem dem var få hundrede km, da tyngdebølgerne var detekterbare. De to sorte hullers udstrækning beskrives ved deres Schwarzschild-radius, som var omkring 90-100 km.

Beregningerne viser også, at der efter sammensmeltningen blev dannet ét stort sort hul med en masse på 62 solmasser, og da den samlede masse af de to oprindelige sorte huller var 65 solmasser, betyder det, at en energimængde på ca. 3 solmasser er blevet udløst i tyngdebølgerne: $E = 3M_{\odot} \cdot c^2 \approx 5 \cdot 10^{47}$ J.

¹Parametrene beskriver bl.a. de to masser og deres spin (impulsmoment), afstanden imellem dem, excentriciteten af banen af det binære system, vinklen af baneplanet set fra Jorden, systemets afstand fra Jorden samt kildens position på himlen (to koordinater), der skal sammenholdes med detektorarmenes placering og orientering på observationstidspunktet. Læs mere om parametrene i [8].

Størstedelen af denne energi blev udsendt i det tidsrum på $\Delta t = 0,2$ s, hvor tyngdebølgen var synlig med LIGO og en mindre del blev udsendt under indspireringen. En grov udregning af effekten giver $P = 10^{48}$ W, eller ca. 10^{22} gange Solens effekt ($3,6 \cdot 10^{26}$ W). Dette svarer til udstrålingen fra samtlige stjerner i samtlige galakser i det synlige univers! Men det meste af energien udsendes i form af tyngdebølger. Det er dermed den kraftigste begivenhed, mennesket endnu har observeret i Universet, bortset fra resterne fra Big Bang. Da effekten fordeles over en kugleoverflade med radius $R = 1,3$ mia. lysår $= 1,3 \cdot 10^{25}$ m, indeholdt tyngdebølgerne, da de nåede Jorden, kun en beskedne energi pr. m^2 .

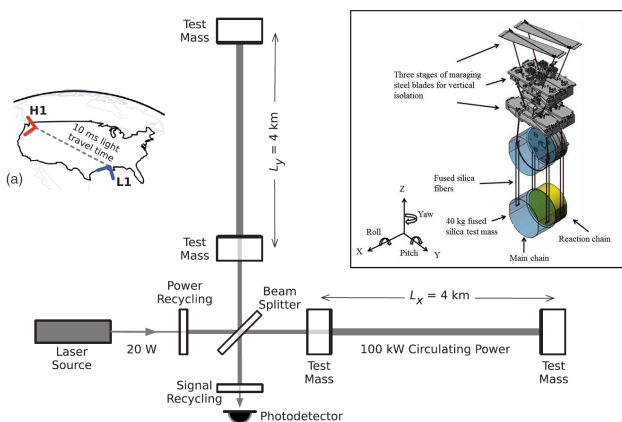
Hvordan virker interferometeret?

Styrken af en tyngdebølge er karakteriseret ved dens amplitude h , som er givet ved

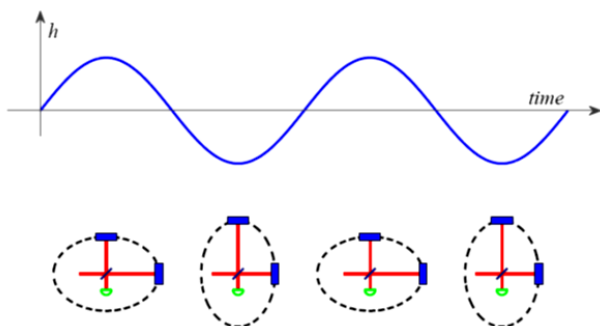
$$h = \frac{\Delta L}{L}, \quad (1)$$

hvor ΔL er ændringen i afstanden L mellem to masser (her $L = 4$ km). Selv meget voldsomme begivenheder i Universet giver imidlertid kun anledning til små værdier af h og for at se fx to neutronstjerner, der støder sammen, skal man kunne måle værdier af h på 10^{-22} i tidsrum på omkring 1 ms.

LIGO er opbygget som et L-formet Michelson laserinterferometer [7], hvor en laserstråle splittes i to og sendes mod to spejle, se figur 4.



Figur 4. Opbygningen af LIGO-interferometeret. Den indsatte tegning t.v. viser placeringen af Hanford (H1) og Livingston (L1). Tegningen t.h. viser et spejl med ophæng, som dæmper rystelser. (LIGO).



Figur 5. Figuren viser, hvordan de to arme i interferometeret strækkes og komprimeres ved tyngdebølgenes passage.

De reflekterede stråler samles igen, og hvis spejlenes afstand ændrer sig, vil det vise sig ved en ændring i faseforskellen mellem lyset i de to dele af laserstrålen. I det specielle tilfælde, hvor tyngdebølgerne er planpolariseret i samme plan som interferometeret, vil den, når den passerer forbi, på skift strække den ene arm og komprimere den anden arm i interferometeret, som vist på figur 5.

I LIGO er de to arme 4 km lange, og man skal derfor kunne måle en afstand mellem to spejle med en nøjagtighed på $\Delta L = 4 \cdot 10^{-19}$ m, jævnfør ligning (1) med $L = 4$ km og $h = 10^{-22}$. Størrelsen på en proton er ca. 10^{-15} m, så der skal måles en forskel i afstand på under 1/1000 af diameteren af en proton! Det stiller naturligvis ekstreme tekniske krav til den eksperimentelle opstilling, som det først har været muligt at realisere indenfor de senere år og efter mange års udviklingsarbejde. Det er kun muligt, fordi laserlyset måler gennemsnitsafstanden mellem et meget stort antal atomer på overfladen af testmasserne (spejlene).

Da detektionen bygger på faseforskellen mellem de to laserstråler, der returnerer fra hver arm, er et oplagt spørgsmål derfor, hvordan man i det hele taget kan måle tyngdebølgerne eftersom laserlyset jo på samme tid også strækkes og komprimeres? Svaret er, at selvom laserlyset bliver enten rød- eller blåforskuet, skal det stadig bevæge sig med lyshastigheden, og derfor vil den rødforskudte del af lyset være længere tid om at bevæge sig gennem sin arm end den blåforskuet [9].

De første fotoner, der kommer ud af interferometeret, lige efter at tyngdebølgerne har påvirket spejlene, vil ikke være faseforskudte, men efterhånden som de efterfølgende fotoner ankommer til detektoren, vil faseforskellen vokse, indtil laseren har leveret "nye" fotoner til interferometeret. Den tid, som laserlyset "lagres" i interferometeret vil være ca. $\tau_s = 2L/c = 27$ μs .

Man kan i princippet øge følsomheden ved at forlænge interferometeret og gøre L i ligning (1) større, men den må heller ikke blive så stor, at tyngdebølgerne når at skifte fortegn, mens de første fotoner stadig bevæger sig ned gennem armene. Hvis tyngdebølgerne har en karakteristisk tid på 10 ms (figur 3), vil en optimal længde være ca. 1.000 km, og det kan man opnå ved at "folde" lyset i resonatoren (se nedenfor).

LIGO benytter en "Nd:YAG"-laser med en bølglængde på $\lambda = 1064$ nm (i det infrarøde). Den faseforskelle man skal måle, svarer derfor til brøkdelen $\Delta L/\lambda = 4 \cdot 10^{-13}$ af en enkelt bølge. Hvis man justerer spejlene, således at der er destruktiv interferens ved detektoren, vil den ikke registrere noget lys og en ændring af afstanden mellem spejlene vil vise sig ved, at der kommer en smule lys. Signalet vil så være næsten lineært med faseforskellen $\Delta\phi$. I praksis har man dog et lille "offset" i justeringen, så detektoren hele tiden måler en smule lys. Passage af tyngdebølgerne åbnede op for mange fotoner. Det er altså ikke en egentlig længdemåling, med en nøjagtighed på 10^{-19} m, man har foretaget, men virkningen i et interferometer, når to bundter af kohærente bølger, der er indstillet til næsten at udslukke hinanden ved destruktiv interferens, kommer en smule mere ud af modfase, så der åbnes op

for flere fotoner.

For at øge faseforskellen $\Delta\phi$ har man indsat en "Fabry-Perot resonator" i interferometerets arme, der har den samme virkning, som hvis man kunne folde laserlyset i interferometeret. Resonatoren består af et sæt delvist reflekterende spejle, som øger den vejlængde laserlyset tilbagelægger ca. 280 gange og dermed følsomheden med omtrent samme faktor, således at det svarer til en vejlængde på 1120 km. Dermed skal man nu "kun" måle en faseforskel svarende til $280 \cdot 4 \cdot 10^{-13} = 10^{-10}$. Derudover holdes laserens effekt og bølgelængde ekstremt stabile så lyset løber inde i de 2×4 km lange vakuumrør og spejlene er poleret til en præcision indenfor få atomers nøjagtighed.

Opgaven med at måle en lille bevægelse af spejlene er nu omdannet til at måle ændringen i antallet af fotoner på en detektor meget præcist, og her sætter fotonernes statistiske fordeling en grænse for nøjagtigheden. På et tidspunkt bliver fluktuationer i fotonernes strålingstryk på spejlene, som er proportional med antallet af fotoner, imidlertid begrænsende i stedet for. LIGO cirkulerer ca. 100 kW laserlys i de to arme og ved beamsplitteren, der sender lyset ud i de to arme, er effekten ca. 700 W (eller over 10^{21} fotoner pr. sekund).

En forudsætning for at kunne måle den lille faseforskel er, at spejlene holdes i nærmest perfekt stilstand, for ellers vil små seismiske bevægelser og selv bølgeslag mod fjerne kyster kunne bevæge spejlene.

Dæmpningen sker i førte omgang aktivt, hvor detektorer registrerer bevægelser i undergrunden omkring spejlene og sørger for at bevæge holderne til spejlene (med ét sæt elektromagneter) i modsat retning, så de holdes mest muligt i ro². De 40 kg tunge spejle er desuden ophængt i lange tynde fibertråde med en diameter på under en halv millimeter, der især dæmper spejlenes termiske uro, se figur 4. Tilsammen dæmper den aktive og passive del alle svingninger over 10 Hz med 10 størrelsesordener, således at spejlene kan holdes i ro indenfor 10^{-19} m.

Med et andet system af magneter kan man *simulere tyngdebølgesignaler*. En række små magneter kan skubbe på spejlene og simulere, hvordan et signal fra en tyngdebølge ser ud i interferometeret og dermed kan man teste opløsningen af hele systemet.

Kontrol af baggrundsstøj

For at overvåge forstyrrelser fra omgivelserne er hvert observatorium udstyret med et arsenal af sensorer og accelerometre (som måler seismiske forstyrrelser), mikrofoner, magnetometre, radiomodtagere, vejrstationer og detektorer til kosmisk stråling. Ved passagen af tyngdebølgerne blev der ikke registreret betydelige forstyrrelser i de to detektorer samtidigt.

LIGO kan sammenlignes med en stor antenne, der er følsom overfor tyngdebølger i et stort frekvensinterval. Man kan vise, at ved lave frekvenser (under ca. 50 Hz) er det de seismiske bevægelser, der sætter grænsen for følsomheden og ved højere frekvenser (over 150 Hz) er det kvantefluktuationer, den såkaldte "shot noise", der skyldes fotonernes statistiske fordeling, som er den

dominerende støjkilde. I mellemområdet dominerer en række andre kilder, blandt andet termisk støj i de tråde, som spejlene er ophængt i (se figur 4, indsat tegning). En udmærket gennemgang af de mange detaljer i detektoren og jagten på tyngdebølgerne findes i [10].

GW150914 blev målt indenfor et frekvensinterval på ca. 30-350 Hz, og forholdet mellem signal og støj var omkring 24 (under sammensmeltningen af de sorte huller).

Et nyt vindue til Universet er åbnet med et "splosh"

LIGO giver anledning til begejstring på flere områder. Dels er der den tekniske udvikling, der har gjort detektoren mulig og dels har vi fået bekræftet Einsteins relativitetsteori for tyngdefelter. Endelig er der den store nyskabelse med instrumentet, at vi ikke længere alene kan studere Universet med elektromagnetisk stråling, kosmisk stråling, neutrinoer og meteoritter. Nu er der åbnet for at måle på – selv meget fjerne – kompakte stjerneverster, gennem de tyngdebølger de udsender.

Tilsvarende signaler fra tusindvis af andre kompakte binære stjernesystemer vil "synges" med andre frekvenser. Det er denne "tyngdebølge-musik", der nu reelt åbnes op, for og astronomer, der fx jagter supernovaer og gammaglimt, vil være parate til at følge op med deres instrumenter. Fermi-teleskopet observerede faktisk gammastråling med en fotonenergi på over 50 keV, omkring 0,4 s efter tyngdebølgerne ankom, i et område der overlapper positionen af GW150914, se [11]. Denne observation er dog omdiskuteret og nogle forskere mener, at signalet er støj [12].

Man kan selvfølgelig ikke høre en tyngdebølge, der forplanter sig i rumtiden uden andet medium. Svingningen i tyngdebølgerne er ikke desto mindre – som en illustration – blevet omsat til en lyd, så vi også kan bruge høresansen til at fortolke signalet.



Figur 6. Michael Linden-Vørnle forklarer, hvordan tyngdebølgerne blev udsendt, da to sorte huller kolliderede og sagde "splosh". (DR).

Nyheden om tyngdebølgerne tiltrak mange mediers interesse, og kendte formidlere hjalp til at nyheden kom bredt ud i befolkningen (se figur 6). I det amerikanske talkshow "The Late Show with Stephen Colbert" demonstrerede Brian Greene målingen med en opstilling af et laserinterferometer i studiet. I klippet, der kan ses på YouTube [13], afspilles også "sploshet".

Blandt de over 1000 forfattere til artiklerne om opdagelsen er den danske postdoc Alex Nielsen, der arbejder ved Albert-Einstein-Instituttet ved "Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik" i Hannover.

²En lignende teknik, kaldet "adaptiv astronomi", benyttes i astronomien til at korrigere for lufturo.

Han fortæller om målingen: “Det var en overraskelse. Vi havde forventet at se noget, men ikke så tidligt, ikke så højt og ikke så tydeligt. Vi var heldige på flere måder. Denne opdagelse tyder på, at antallet af sort-hul-systemer, der kan ses med LIGO-detektorerne, er højere end vi forventede, og det betyder, at vi kommer til at lære rigtig meget om disse objekter i de kommende år. Jeg var heldig, at efter de ca. én milliard år signalet var undervejs, ankom det til Jorden i den europæiske formiddag, så jeg var, sammen med mine kolleger på instituttet i Hannover, en af de første der så signalet. En dag jeg aldrig glemmer.”

Det europæiske rumfartsagentur ESA opsendte i december 2015 satellitten “LISA Pathfinder”, der afprøver teknikker til at bestemme afstanden mellem to fritsvævende terninger meget præcist. Omkring 2034 planlægges opsendelsen af tre mere avancerede satellitter, “eLISA”, der skal måle tyngdebølger ved hjælp af fire masser, som er placeret flere millioner km fra hinanden, og som danner to uafhængige arme, og som vil kunne dække et andet frekvensområde. Man forventer dermed at se tyngdebølger fra langt flere kilder i Universet [14].

Tak til Alex Nielsen, Thomas Tauris, Søren Brandt og Svend Erik Rugh for mange frugtbare kommentarer til artiklen.

Litteratur

- [1] LIGO (2016), Gravitational Waves Detected 100 Years After Einstein’s Prediction, News Release Feb. 11, 2016, <https://www.ligo.caltech.edu/news/ligo20160211>.
- [2] LIGO-Virgo (2016), Observation of Gravitational Waves From A Binary Black Hole Merger, <http://www.ligo.org/science/Publication-GW150914/index.php>.

- [3] D. Kennefick (2005), Einstein versus the Physical Review, *Physics Today*, sept. 2005; <http://dx.doi.org/10.1063/1.2117822>.
- [4] J. Preskill og K.S. Thorne (1995), forord i: Feynman Lectures on Gravitation. Westview Press (2002); <http://www.theory.caltech.edu/~preskill/pubs/preskill-1995-feynman.pdf>.
- [5] Den engelske Wikipedia har udmærkede introduktioner til “PSR B1913+16” og “Gravitational wave”; https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational_wave.
- [6] Russell A. Hulse (1993), Nobel Lecture: The Discovery of the Binary Pulsar. Nobelprize.org. Nobel Media AB 2014; http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1993/hulse-lecture.html.
- [7] B. Abbott m.fl. (2016), Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, *Phys.Rev.Lett.* **116**, 061102; https://dcc.ligo.org/public/0122/P150914/014/LIGO-P150914_Detection_of_GW150914.pdf.
- [8] B. Abbott m.fl. (2016), Properties of the binary black hole merger GW150914; <https://dcc.ligo.org/LIGO-P1500218/public/main>.
- [9] P.R. Saulson (1997), If light waves are stretched by gravitational waves, how can we use light as a ruler to detect gravitational waves?, *Amer. J. Phys.* **65**, 01; <http://arxiv.org/abs/1209.0667>
- [10] K. Riles (2013), Gravitational Waves: Sources, Detectors and Searches, *Prog.Part.Nucl.Phys.* **68**, p. 1-54; <http://arxiv.org/abs/1209.0667>.
- [11] V. Connaughton m.fl. (2016), Fermi GBM Observations of LIGO Gravitational Wave event GW150914; <http://arxiv.org/abs/1602.03920>.
- [12] V. Savchenko m.fl. (2016), INTEGRAL upper limits on gamma-ray emission associated with the gravitational wave event GW150914; <http://arxiv.org/abs/1602.04180>.
- [13] Video: Gravitational Waves Hit The Late Show. Brian Greene stops by to demonstrate an exciting new scientific discovery; <https://www.youtube.com/watch?v=ajZojAwfEbs&feature=youtu.be>.
- [14] ESA’s eLISA-projekt; <https://www.elisascience.org>.