

Regneopgaver om *Meteoritter og Solsystemet*

Af Henning Haack, Michael Cramer Andersen og Svend E. Rugh

De følgende regneopgaver skal ses i tilknytning til artiklerne i dette temanummer af *KVANT* om *Meteoritter og Solsystemet*. Opgaverne er tiltænkt gymnasiets fysikundervisning (C til A-niveau). Håbet er, at elever, ved at arbejde mere i dybden med udvalgte emner, får lyst til at vide mere. Enkelte trykfejl (markeret med fed) er rettet i den elektroniske version.

Ejby-meteoritten

I artiklen om meteoritter og Solsystemet andetsteds i dette temanummer beskrives bl.a. faldet af Ejby-meteoritten i København i februar 2016. En af de ting der gør Ejby rigtig interessant er, at det lykkedes at bestemme hastigheden og banen ned gennem atmosfæren – og dermed også banen om Solen (se figur 1 på side 5 i bladet) inden den ramte Jorden.

I den første opgave skal du bestemme meteoridens hastighed, da den passerede gennem den øvre del af atmosfæren.

Opgave 1: Ejby-meteorittens hastighed

Ved at sammenholde en video optaget fra byen Ho, hvor ildkuglen ses fra vest, med billeder fra Tyskland og Østrig, hvor ildkuglen ses fra syd, kan man bestemme ildkuglens retning over Jorden. Analysen viser, at ildkuglen bevægede sig i nordøstlig retning, på kurs 43 grader i forhold til nord, mod det sted, hvor den blev fundet. På videoen fra Ho kan man følge ildkuglen 4,14 s på dens vej mod København.

Tabel 1 viser pejleretninger og højder for to udvalgte frames (billeder).

Figur 1 viser faldet set oppefra. Trekant ABC er dannet af de to sigteinjer fra Ho i henholdsvis frame 124 (*A* i figur 1) og 167 (*B* i figur 1) og et stykke af meteoridens bane over Jorden, som er siden *c* mellem punkt *A* og *B*. Siden *a* er bestemt til 249,0 km.

Frame	Tid	Azimuth	Altitude
124	22:07:21,32	88,45°	12,53°
167	22:07:22,66	86,89°	8,40°
Findested, hovedfragment		84,22°	0,0°

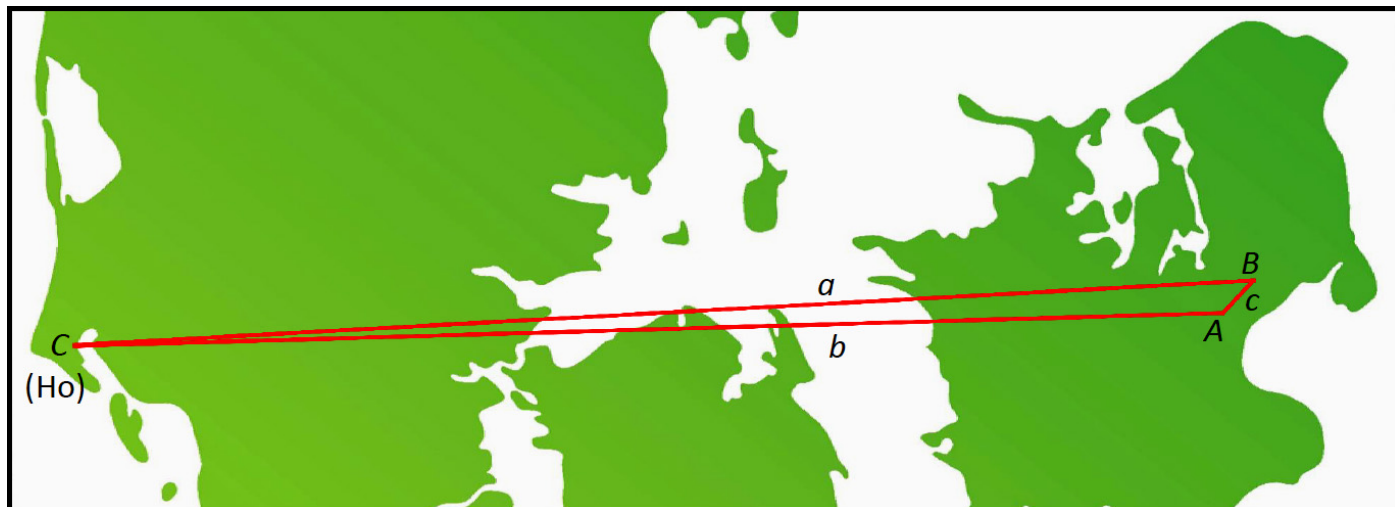
Tabel 1. Pejleretninger fra videokameraet i Ho til ildkuglen i frame 124 (punkt *A*) og i frame 167 (punkt *B*). Siden *AB* repræsenterer kun en del af ildkuglens lysende spor over himlen. Nedfaldsstedet i København var nordøst for punkt *B* i figur 1. Azimuth-vinklen er retningen med uret fra nord i det vandrette plan. Altitude er vinklen over horisonten.

a) Brug oplysningerne i tabel 1 til at beregne (vha. trigonometri), at den vandrette afstand som meteoriden bevægede sig fra *A* til *B* (længden af siden *c* på figur 1) er **ca. 9,5 km**.

b) Beregn meteoridens højde over Jorden i hhv. frame 124 og 167, vha. altituderne i tabel 1 samt *a* og *b*.

c) Vis at meteoriden bevægede sig **ca. 19,5 km** gennem atmosfæren på de 1,34 sekunder der går mellem optagelsen af de to frames i position *A* og *B*.

d) Beregn Ejby-meteoridens gennemsnitshastighed mellem frame 124 og 167. Du kan se bort fra Jordens krumning og tyngdekraftens påvirkning af banen. Denne del af banen ligger så højt, at opbremsningen var minimal. Den beregnede hastighed er derfor den samme som hastigheden inden den ramte atmosfæren.



Figur 1. En del af Ejby-meteoridens bane (fra *A* til *B*) kunne bl.a. observeres fra byen Ho i Vestjylland (punkt *C*). Meteoritten fortsatte mod nordøst og endte med at falde i København (nordøst for punkt *B*). Analysen af faldet viser, at sigtelinjen fra *C* til *B* (svarende til side *a* i trekanten) er 249,0 km.

Opgave 2: Opsmeltning i atmosfæren

Friktionen under passagen gennem den øvre atmosfære afhænger på kompliceret vis af meteoridens form og hastighed og af atmosfærens temperatur og tæthed. Et tilnærmelsesvist korrekt udtryk for friktionskraften i den øvre atmosfære er givet ved formlen:

$$F_{\text{friktion}} = k \cdot \rho_{\text{atm}} \cdot A \cdot v^2, \quad (1)$$

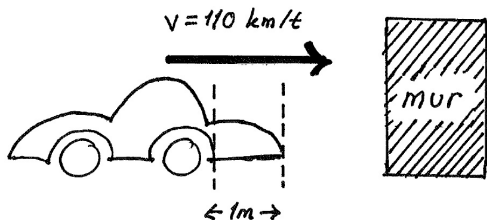
hvor $k = 0,60$ er friktionskoefficienten, $\rho_{\text{atm}} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ er atmosfærens massefylde (40 km over overfladen), A er meteoridens tværsnitsareal, og v er hastigheden. Vi gør nu følgende antagelser for at analysere meteoridens bane ned gennem atmosfæren: Det oprindelige objekt, der ramte den øvre atmosfære var en kugle med en masse på $m = 250 \text{ kg}$, en radius på $r = 26 \text{ cm}$ og en hastighed på $14,5 \text{ km/s}$.

a) Beregn meteoridens acceleration (negativ), da den ramte atmosfæren. Du kan se bort fra tyngdekraften. [Vink: Benyt Newtons 2. lov.]

Ejby-meteoritten ramte atmosfæren, med en hastighed på $14,5 \text{ km/s}$. På kun $4,14 \text{ s}$ havde mødet med atmosfæren bremset den ned til en hastighed på "kun" 300 m/s .

b) Beregn den gennemsnitlige acceleration i løbet af de $4,14 \text{ s}$.

Påstand: Ejby-meteoridens møde med den øvre atmosfære var *voldsommere end en bil der kører 110 km/t og støder frontalt ind i en betonmur!* Kan det passe?



Prøv dernæst at regne på en bils møde med en betonmur. Bilen kører oprindeligt 110 km/t . Mødet med muren får fronten på bilen til at blive 1 m kortere.

c) Beregn den gennemsnitlige acceleration i forbindelse med kollisionen, hvis bilen standser på $s = 1 \text{ m}$.

d) Hvad er forholdet mellem bilens acceleration og Ejby-meteorittens acceleration? Hvordan kan det være at bilens møde med muren er blidere end meteoridens møde med den tynde luft i den øvre atmosfære?

e) Beregn hvor lang tid det tager fra meteoriden rammer atmosfæren til dens hastighed er reduceret med 10% . Ignorer tyngdekraftens påvirkning og antag, at meteoriden bevarer sin form og masse. Vi laver yderligere – for simpelhedens skyld – den antagelse, at atmosfærens densitet holdes konstant, $\rho_{\text{atm}} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$, under de 10% nedbremsning af hastigheden, selvom atmosfærens densitet i virkeligheden vil vokse voldsomt når meteoritten bevæger sig ned mod lavere højder. Denne antagelse vil føre til en overvurdering af meteorittens opbremsningstid.

[Vink: Benyt Newtons 2. lov på formen $m \frac{dv}{dt} = F_{\text{friktion}}$. Separér variablene v og t og integrer for at finde tiden. Denne opgave er på fysik A-niveau.]

f) Beregn den kinetiske energi af Ejby-meteoriden.

g) Beregn den termiske energi der kræves for at få hele meteoriden til at smelte. Meteoriden har starttemperatur $T_0 = 200 \text{ K}$, smeltepunkt $T_{\text{sm}} = 1700 \text{ K}$, specifik varmekapacitet $c_{\text{sm}} = 1200 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ og smeltevarme $L_{\text{sm}} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$.

h) Bestem forholdet $E_{\text{kin}}/E_{\text{term}}$ og kommenter. Den del af energien, der ikke bruges til opsmeltning af meteoriden, fører til opvarming af luften langs meteoridens bane.

Opgave 3: Hvor varm blev meteoriden på vej ned gennem atmosfæren?

Da Ejby-meteoriden ramte atmosfæren med mange gange lydets hastighed, kunne den ses som en ildkugle, fordi luften omkring den begyndte at gløde. Trods den kraftige varmepåvirkning var det kun de alleryderste lag af Ejby-meteoritten der blev varme.

Lad os antage, at Ejby-meteoriden var en perfekt kugle med en radius på $R_M = 26 \text{ cm}$, en massefylde på $\rho_{\text{sm}} = 3300 \text{ kg/m}^3$, en varmekapacitet på $c_{\text{sm}} = 1200 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, og en varmeledningsevne på $k_{\text{sm}} = 2,0 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$.

Mens den opbremsedes i atmosfæren var dens overfladetemperatur konstant $T_s = 1000 \text{ K}$ på grund af friktionen med atmosfæren, og det indre af meteoritten blev derfor gradvist opvarmet. Efter at Ejby-meteoriden er faldet tiden t gennem atmosfæren, vil et overfladelag med tykkelsen x være blevet opvarmet til en temperatur, der er væsentligt højere end $T_0 = 200 \text{ K}$. Opvarmningen slettede delvist information om mineralernes alder og oprindelige egenskaber. Analyser af meteoritten skal derfor foretages på uopvarmet materiale under overfladelaget.

Tykkelsen der opvarmes kan anslås ved en dimensionsbetragtning som et potensprodukt af de termodynamiske parametre:

$$x \approx t^\alpha \rho_{\text{sm}}^\beta c_{\text{sm}}^\gamma k_{\text{sm}}^\delta \quad (2)$$

Ved at opstille fire ligninger, én for hver grundenhed (s, m, kg, K) kan de fire ubekendte koefficienter bestemmes til: $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

a) Kontroller, at det forenkede udtryk for x bliver:

$$x = \sqrt{\frac{k_{\text{sm}} \cdot t}{\rho_{\text{sm}} \cdot c_{\text{sm}}}} \quad (3)$$

b) Beregn tykkelsen x efter en faldtid på 5 s , og bestem forholdet mellem x og R_M . Kommentér.

Opgave 4: Chelyabinsk

I 2013 eksploderede en usædvanligt stor meteoride over byen Chelyabinsk i Sibirien. Ildkuglen blev set af utroligt mange mennesker, der var på vej til arbejde. Mange af dem fangede ildkuglen på video og lagde optagelserne på youtube. Prøv at se nogle af videoerne! Analyser af de mange optagelser viste, at det var et

objekt på ikke mindre end 12 000 ton, der havde ramt atmosfæren med en hastighed på 18 km/s.

a) Beregn den kinetiske energi af objektet. Til sammenligning udløste Hiroshima-bomben $6,3 \cdot 10^{13}$ J. Hvor mange gange kraftigere end Hiroshima-bomben var Chelyabinsk-meteoriden?

Frigørelsen af den kinetiske energi i atmosfæren udløste en eksplosion, der knuste alle vinduer i Chelyabinsk. Der var også nogle, der fik forbrændinger pga. af den kraftige varmestråling fra ildkuglen. Der var heldigvis ingen dødsopfre. Når Hiroshima forårsagede større skader så var det fordi den var sat til at eksplodere i lav højde (580 m) over Hiroshimas centrum. Til sammenligning eksploderede Chelyabinsk i stratosfæren i over 15 kilometers højde.

Opgave 5: Nedslaget på Kridt-Tertiær grænsen

For 66 millioner år siden blev Jorden ramt af en asteroide, der ikke bare tog livet af dinosaurerne, men også udryddede 3/4 af alle arter på Jorden og bragte den sidste fjerdedel på randen af udryddelse.

Nedslaget førte til at atmosfæren blev mættet med støv og Solen var derfor ikke synlig i mange år. Det udløste en nuklear vinter og gjorde livet på Jordens overflade så svært at man kan undre sig over, at der i det hele taget var større dyr som fx krokodiller og pattedyr, der overlevede. Katastrofen førte på længere sigt til, at pattedyrene blev den førende dyregruppe og der er derfor næppe nogen tvivl om, at vi kan tilskrive vores tilstedeværelse på Jorden at den blev ramt af en asteroide for 66 millioner år siden. Vi ved ikke hvilken vej livets udvikling var gået uden katastrofen men der er ingen tvivl om, at livet havde udviklet sig på en helt anden måde.

Det antages, at asteroiden havde en massefylde på $\rho_{\text{ast}} = 3000 \text{ kg/m}^3$, en diameter på 10 km, og en hastighed på 25 km/s. Nedslaget skabte det enorme Chicxulub-krater i Mexico.

a) Beregn asteroidens kinetiske energi og sammenlign med 1) menneskets globale årlige energiforbrug på $5 \cdot 10^{20}$ J og 2) Hiroshima-bomben ($6,3 \cdot 10^{13}$ J).

Konsekvenserne af nedslaget ses enestående tydeligt på Stevns Klint, som et mørkt grænselag i den ellers hvide klint. Når man analyserer grænselaget kan man måle, at der er faldet 72 ng/cm^2 iridium (Ir) i forbindelse med nedslaget. Iridium er uhyre sjældent på Jordens overflade fordi Ir og de andre platingruppe-metaller er ekstremt siderofile (metalelskende). Den tidlige Jord var så varm at metallerne smeltede. De ekstremt siderofile grundstoffer som platingruppe metallerne blev meget stærkt koncentreret i metalsmelten og endte derfor i kernen da den tunge metalsmelte samlede sig i centrum af Jorden.

Under antagelse af at Ir er faldet jævnt på hele Jordens overflade skal du beregne hvor meget Ir, der er faldet i forbindelse med nedslaget. Asteroiden var en såkaldt kondritisk asteroide, der indeholder 0,48 ppm

masse Ir, dvs. der er $0,48 \cdot 10^{-6}$ g Ir per gram asteroide. Asteroiden havde en massefylde på $3,0 \text{ g/cm}^3$.

b) Hvor stor en asteroide skal der bruges for at den indeholder lige så meget Ir, som det der faldt ud over Jordens overflade?

Chicxulub-krateret har en diameter på 220 km. Når en asteroide rammer Jorden trænger den nogle kilometer ned under Jordens overflade inden al dens kinetiske energi er omdannet til varme. Der frigøres tilstrækkeligt med varme til at få hele asteroiden og dele af nedslagsområdet til at fordampe. Krateret dannes primært som følge af den resulterende dampekspllosion og asteroidekratere kaldes derfor også for eksplosionskratere. Kraterets størrelse afhænger derfor primært af asteroidens kinetiske energi. Sammenhængen mellem energi og kraterstørrelse (D = diameter målt i km) er blevet bestemt empirisk (se fx reference [1]):

$$E = 9,1 \cdot 10^{17} \text{ J} \cdot D^{2,59} \quad (4)$$

c) Benyt resultatet fra spørgsmål b) og beregn asteroidens hastighed. Den beregnede hastighed er relativt høj hvilket tyder på, at estimatet for asteroidens størrelse er lidt for lavt. Hvad er den mest sandsynlige fejlkilde?

d) Brug websiden "Impact Effects" til at finde ud af, hvilke konsekvenser nedslaget havde for et øjeblik på 100 km, 500 km og 2000 km afstand. (<http://impact.ese.ic.ac.uk/ImpactEffects/>)

Opgave 6: Datering af meteoritter

Meteoritter indeholder en lang række radioaktive isotoper. De kemiske egenskaber af de radioaktive isotoper er de samme som egenskaberne af de tilsvarende stabile isotoper af grundstofferne. Det betyder, at hvis et mineral i meteoritten har et stort indhold af et grundstof, så vil det have et tilsvarende højt indhold af eventuelle radioaktive isotoper af grundstoffet. Denne egenskab bruges til at lave en såkaldt radiometrisk datering af meteoritten, baseret på dens mineralers forskellige indhold af radioaktive isotoper.

En af de isotoper, der bruges til at datere meteoritter med er rubidium-87 ($^{87}_{37}\text{Rb}$), der henfalder til strontium-87 ($^{87}_{38}\text{Sr}$) med en meget lang halveringstid på $T_{1/2} = 49 \cdot 10^9$ år.

a) Opskriv henfaldsskemaet for: $^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr}$.

En af de gode ting ved at bruge $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr}$ henfaldet til datering er, at der findes en stabil isotop, ^{86}Sr , der hverken henfalder eller optræder som henfaldsprodukt fra nogen anden naturligt forekommende radioaktiv isotop. Det betyder, at mængden af ^{86}Sr i meteoritten ikke ændrer sig med tiden. Da mineralerne i meteoritten størknede var forholdet mellem ^{87}Sr og ^{86}Sr det samme i alle meteorittens mineraler, fordi de to isotoper er kemisk ens, og mineralerne derfor ikke kan skelne mellem dem. Denne egenskab kan bruges

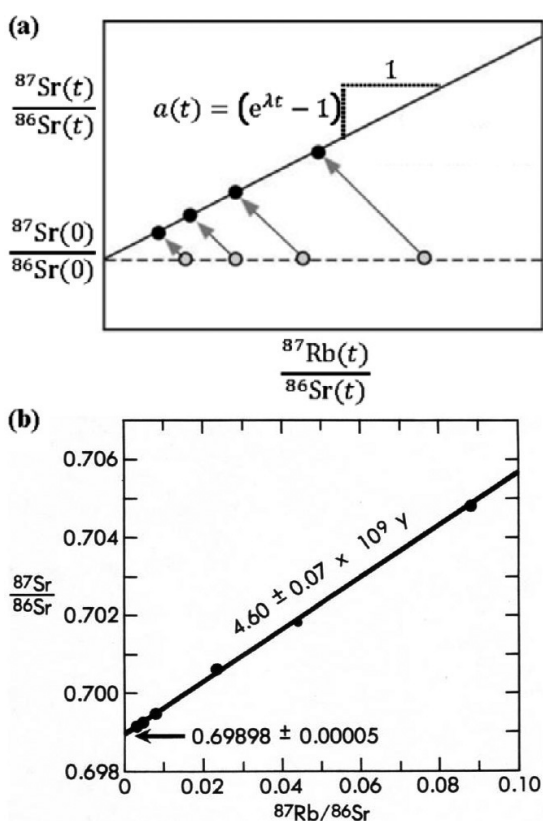
¹Når mineralerne størkner fastfryses deres indhold af isotoper og et henfald vil derfor føre til, at der optræder en datterkerne på samme lokalitet som moderkernen. Fra størkningstidspunktet vil forholdet mellem Sr-isotoperne udvikle sig forskelligt i de forskellige mineraler og det er denne egenskab vi udnytter til at datere størkningstidspunktet.

til at bestemme mængden af ^{87}Sr i mineralerne, da de størknede¹.

Som det fremgår af den første artikel i dette nummer så indeholder meteoritter, som Ejby, kondruler, der er små smeltedråber, dannet frit svævende omkring Solen. Efter en kortvarig opvarmning (i tidsrummet mellem 4567,3 og 4564 millioner år siden) er de størknet i løbet af få minutter. Det er tidspunktet for denne størkning vi kan bestemme.

Som tiden gik, blev mængden af ^{87}Rb mindre som følge af det radioaktive henfald og mængden af ^{87}Sr steg tilsvarende. Det betyder, at forholdet $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ har ændret sig med tiden.

På figur 2 illustrerer punkterne på den vandrette linje, hvad $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ var i meteorittens forskellige mineraler. Læg mærke til at alle mineralerne startede med det samme $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ -forhold og se, hvordan forholdet ændrede sig med tiden.



Figur 2. (a) Eksempel på forholdet $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ i forskellige mineraler i en bjergart til tiden $t=0$, da mineralerne krystalliserede (åbne cirkler) og i dag (fyldte symboler). (b) Eksempel på datering af en meteorit (Juvinas) med Rb-Sr-metoden.

b) Opskriv *henfaldsloven* for mængden af ^{87}Rb som funktion af tiden, $N_{87\text{Rb}}(t)$, i et mineral, hvor ^{87}Rb -indholdet til tiden $t=0$ var $N_{87\text{Rb}}(0)$. Henfaldskonstanten kaldes λ (som i figur 2, øverst).

Mængden af ^{87}Sr vokser i takt med at ^{87}Rb henfalder:

$$N_{87\text{Sr}}(t) = N_{87\text{Sr}}(0) + (N_{87\text{Rb}}(0) - N_{87\text{Rb}}(t)) \quad (5)$$

For at kunne datere en meteorit, skal vi kunne beregne tiden ud fra nogle størrelser, som vi kan måle i dag. Vi kan selvsagt ikke umiddelbart måle de oprindelige indhold af ^{87}Rb og ^{87}Sr . Vi skal derfor forsøge at

opstille udtryk, hvor de oprindelige indhold af ^{87}Rb og ^{87}Sr ikke indgår.

c) Brug resultatet fra spørgsmål b) og formel (5) til at vise, at man kan opstille et udtryk for mængden af ^{87}Sr i dag ($N_{87\text{Sr}}(t)$), hvor det oprindelige indhold af ^{87}Rb ($N_{87\text{Rb}}(0)$) ikke indgår, nemlig:

$$N_{87\text{Sr}}(t) = N_{87\text{Sr}}(0) + (e^{\lambda t} - 1) \cdot N_{87\text{Rb}}(t).$$

d) Brug resultatet fra spørgsmål c) til at vise, at man kan opstille et udtryk for $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ i dag på formen $y = b + (e^{\lambda t} - 1) \cdot x$, nemlig:

$$\frac{N_{87\text{Sr}}(t)}{N_{86\text{Sr}}} = \frac{N_{87\text{Sr}}(0)}{N_{86\text{Sr}}} + (e^{\lambda t} - 1) \frac{N_{87\text{Rb}}(t)}{N_{86\text{Sr}}}.$$

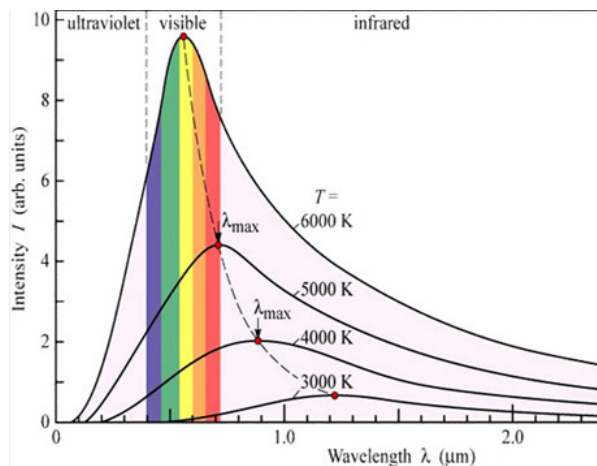
Figur 2 viser, at når man plotter det målte $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ -forhold mod det målte $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ -forhold for forskellige mineraler fra den samme meteorit, så falder punkterne på en ret linje – en såkaldt isokronlinje, med hældningen $a = e^{\lambda t} - 1$, hvor t er tiden, siden mineralerne i meteoritten størknede, og λ er henfaldskonstanten ($\lambda = \ln(2)/T_{1/2}$). Henfaldstiden er givet ovenfor.

e) Bestem meteorittens alder ved hjælp af isokronlinjen i figur 2 (b).

Opgave 7: Exoplaneter

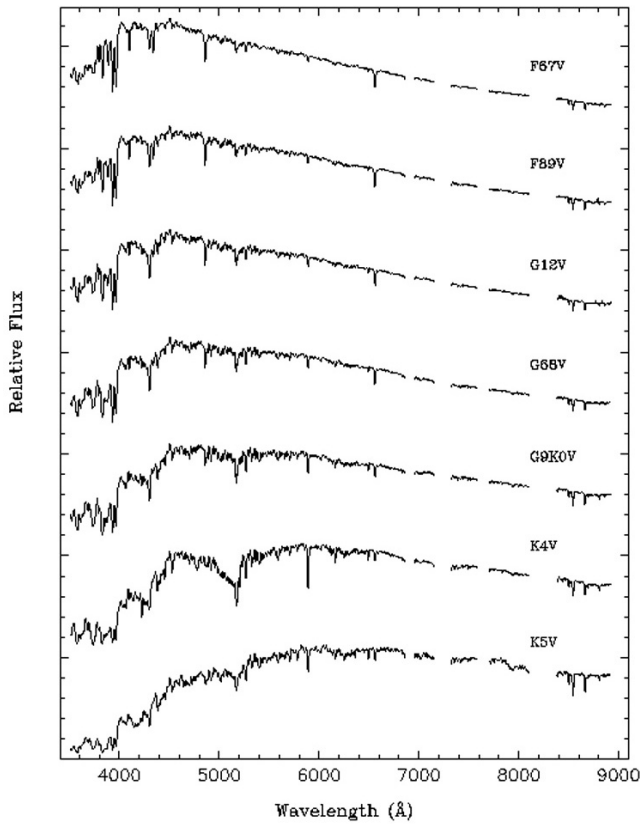
Kepler-teleskopet har opdaget flere tusinde exoplaneter i kredsløb omkring andre stjerner. Nogle af disse exoplaneter er blevet vurderet til at være habitable (beboelige), dvs. at der i princippet kunne være liv på dem. Der er ingen helt præcis definition af hvad det vil sige, at en planet er habitabel, men princippet er, at der skal kunne eksistere flydende vand på overfladen. En planet er derfor habitabel, hvis den har en passende afstand til den stjerne den kredser omkring. Hvis den er for tæt på, bliver der for varmt og hvis den er for langt fra stjernen, er der for koldt. Det er ikke nok, at den har samme afstand fra stjernen som Jorden har fra Solen, da der er meget stor forskel på, hvor meget energi stjerner udstråler. Hvis stjernen er lille og lyssvag, skal planeten meget tættere på den for at kunne holde sig varm.

I det følgende vil vi se på ni exoplaneter, opdaget med Kepler. Øvelsen går ud på at beregne, hvor varmt der er på de ni planeters overflader og dermed afgøre, om der er habitable planeter iblandt dem.

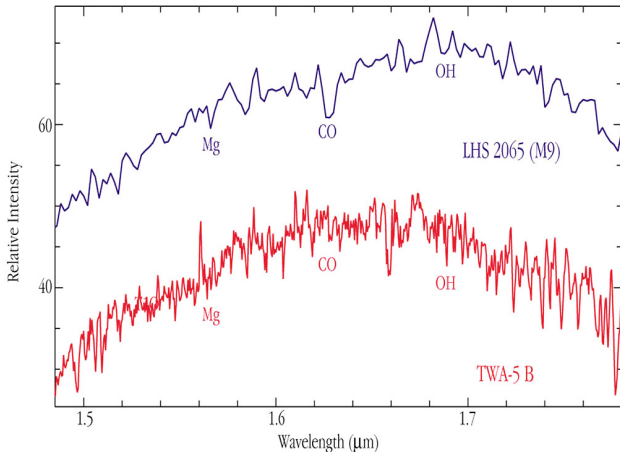


Figur 3. Stråling fra sorte legemer (dvs. objekter som absorberer al stråling og ikke reflekterer nogen stråling), beregnet med Plancks strålingslov for fire forskellige temperaturer.

En stjerne udsender et karakteristisk spektrum, der primært afhænger af stjernens overfladetemperatur (figur 3). Læg mærke til at den bølgelængde, hvor intensiteten er maksimal, λ_{\max} , afhænger af stjernens overfladetemperatur. Sammenhængen er udtrykt i *Wiens forskydningslov*: $\lambda_{\max} = b/T$, hvor $b = 2,8978 \cdot 10^{-3}$ m·K og T er temperaturen i kelvin.



Figur 4. Spektre af syv forskellige stjerner med forskellige overfladetemperaturer.



Figur 5. Spektre af to brune dværgstjerner, hvor der ses molekyler.

a) Betragt spektrene i figur 4 og 5, der er optaget af forskellige stjerner. Brug Wiens forskydningslov til at bestemme de ni stjerner overfladetemperatur.

b) De ni spektre er ikke helt så glatte som den sortlegeme-stråling, der er vist i figur 3. Hvorfor er der dyk i spektrene?

Stjernens totale energiudsendelse afhænger både af overfladetemperaturen og af stjernens størrelse. Den

udsendte effekt per m^2 (intensiteten) kan beregnes ved hjælp af *Stefan-Boltzmanns lov*: $I = \sigma \cdot T^4$, hvor $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2K^4).

Hvis vi antager, at der ikke absorberes stråling mellem stjernen og Jorden, vil den totale stråling, der rammer indersiden af en sfære med radius lig med Jordens afstand fra stjernen, være præcis det samme som den stråling stjernen udsender. En stjernes lysudsendelse (energi pr. tid som måles i watt) kaldes stjernes luminositet L og den angiver den effekt, der udstråles fra stjernen.

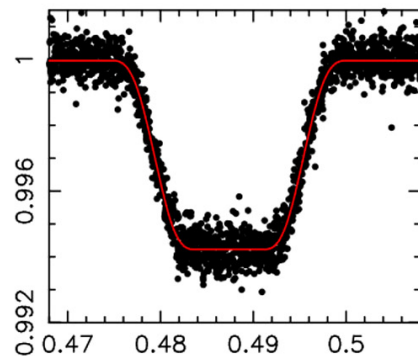
Stjerne	Afstand (lysår)	Modtagen intensitet (W/m^2)
F67V	43	$2,19 \cdot 10^{-10}$
F89V	65	$7,20 \cdot 10^{-11}$
G12V	37	$2,14 \cdot 10^{-10}$
G65V	12	$1,82 \cdot 10^{-9}$
G9K0V	67	$4,80 \cdot 10^{-11}$
K4V	78	$2,48 \cdot 10^{-11}$
K5V	23	$2,68 \cdot 10^{-10}$
LHS 2065 (M9)	17	$6,00 \cdot 10^{-14}$
TWA-5B	12	$9,68 \cdot 10^{-14}$

Tabel 2. Afstande og modtagne effekter fra de ni stjerner.

c) Beregn de ni stjerner radii ud fra oplysningerne i tabel 2.

[Vink: Beregn først de ni stjerner luminositet L (den udstrålede effekt målt i watt) ud fra oplysningerne i tabel 2. Hvis stjernens radius kaldes R_* , kan nu benyttes at stjernens luminositet L er givet som et produkt af stjernens overfladeareal, $4 \cdot \pi \cdot R_*^2$, (målt i m^2) og den udstrålede effekt pr. m^2 (intensitet), målt i W/m^2 , som ifølge Stefan Boltzmanns lov er givet som $\sigma \cdot T^4$. Da L er bestemt ovenfor, og da temperaturen T er bestemt i opgave a) er kun stjernens radius R_* ukendt og kan beregnes.]

Kepler-satellitten har i en årrække holdt øje med lysudsendelsen fra 260.000 stjerner i Mælkevejen. Hver gang en planet passerede ind foran en af de 260.000 stjerner blev det registreret af Kepler. Hvis det observeres, at en planet passerer ind foran stjernen tre gange, og tidsrummet mellem 1. og 2. passage, er præcis det samme som tidsrummet mellem 2. og 3. passage, så er der formentlig tale om en exoplanetpassage. Udover perioden registrerer Kepler også, hvor meget stjernens lys svækkes under passagen (se figur 6). Jo større planeten er – jo mere skygger den for stjernens lys.



Figur 6. Fald i lysintensitet fra en stjerne i forbindelse med en planetpassage. Lysintensiteten er målt af Kepler-satellitten. Bemærk at ændringen i lysintensiteten sker på det tredje betydende ciffer. (NASA).

I tabel 3 kan du se hvad perioden og lysdæmpningen er for de ni exoplaneter.

Stjerne	Lysdæmpning (%)	Periode (dage)
F67V	0,01	45
F89V	0,05	456
G12V	0,02	37
G65V	0,13	78
G9KOV	0,98	275
K4V	0,57	64
K5V	0,02	365
LHS 2065 (M9)	1,5	0,9
TWA-5B	2,1	0,7

Tabel 3. Lysdæmpning og periode for exoplaneter.

d) Brug lyssvækkelsen og stjernens radius (fundet i spørgsmål c) til at regne planeternes radius ud. Beregn forholdet mellem planeternes radier og Jordens radius.

En planets omløbstid er alene bestemt af stjernens masse og planetens baneradius omkring stjernen. Vi skal derfor bruge de ni stjerners masse for at kunne bestemme planeternes afstand fra stjernerne. En stjernes udstrålede effekt af lys, luminositeten L , er primært en funktion af massen:

$$\frac{L}{L_{\text{Sol}}} = \left(\frac{M}{M_{\text{Sol}}} \right)^{3,5} \quad (6)$$

hvor $L_{\text{Sol}} = 3,83 \cdot 10^{26}$ W og $M_{\text{Sol}} = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Denne sammenhæng betyder, at store tunge stjerner udsender meget mere lys end lette, små stjerner. Vi kan derfor bruge luminositeten til at bestemme de ni stjerners masse.

e) Beregn de ni stjerners masse ud fra sammenhængen mellem masse og luminositet.

Ifølge Keplers tredje lov,

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}, \quad (7)$$

kan man beregne planetens omløbstid i en cirkulær bane med radius r omkring en stjerne med masse M .

f) Brug de opgivne omløbstider (dvs. perioder mellem formørkelser) i tabel 3 til at beregne planeternes baneradier.

Når vi ved, hvor langt fra de centrale stjerner de ni planeter er, kan vi beregne hvor varmt det er på deres overflade. Det man skal udnytte er, at der skal være balance mellem den varmestråling, der modtages fra stjernen og den varmestråling, som planeten udsender.

Planetens overfladetemperatur T (i kelvin) kan beregnes således²:

$$T = 278 \frac{\sqrt[4]{(1-A)(L/L_{\text{Sol}})}}{\sqrt{d}}, \quad (8)$$

hvor A er den såkaldte albedo og d er planetens afstand fra stjernen målt i astronomiske enheder (AE), 1 AE = $1,5 \cdot 10^{11}$ m. Albedoen er et mål for, hvor meget af stjernens stråling planeten reflekterer og hvor meget planeten absorberer. Vi antager at $A = 0,31$ ligesom for Jorden.

g) Beregn planeternes overfladetemperatur.

Hvis planeten skal være beboelig, så skal den også have en atmosfære. En atmosfære vil altid føre til en højere overfladetemperatur pga. drivhuseffekten. På Jorden betyder drivhuseffekten i øjeblikket at overfladetemperaturen er 34°C højere end den ville være, hvis Jorden ikke havde en atmosfære.

h) Hvis vi antager at de ni planeter har en drivhuseffekt svarende til Jordens ($A = 0,31$) – hvad ville deres overfladetemperatur så være?

Antagelsen om, at albedoen er på $A = 0,31$ som for Jorden skal ses i forhold til, at albedoen for planeterne i vores solsystem varierer fra 0,06 (Merkur) til 0,75 (Venus). Se eventuelt [2].

i) Er der nogle af de ni planeter, der er habitable? Begrund svaret.

j) Kan planetens størrelse og afstand til stjernen have betydning for mulighederne for liv?

Litteratur

- [1] Hughes, D.W. (2003), The approximate ratios between the diameters of terrestrial impact craters and the causative incident asteroids, *M.N.R.A.S.*, Vol. **338**, Issue 4, pp. 999-1003; <http://articles.adsabs.harvard.edu/full/2003MNRAS.338..999H/0000999.000.html>.
- [2] Samuel Markings, Albedo of the Planets, <http://sciencing.com/albedo-planets-5203.html>.

Facit til Regneopgaverne

På KVANTs hjemmeside ligger en besvarelse med mellemregninger på regneopgaverne:

www.kvant.dk/Regneopgaver-facit.pdf

²Ved på nettet at søge på ordene "planetary equilibrium temperature" vil man kunne finde mange steder, der udleder ligevægtstemperaturen for en planet uden atmosfære ved at sætte stjernens indstrålede lys-effekt på planetens overflade (i afstanden d fra stjernen) lig med den samlede temperaturudstrålingseffekt fra planetens overflade. I udtrykket for planetens ligevægtstemperatur er planetens størrelse (radius) uden betydning (den divideres ud) og udtrykket bliver: $T = \sqrt[4]{((1-A) \cdot L)/(16 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot d^2)}$. Ved at indsætte Stefan-Boltzmanns konstant, σ , Solens luminositet, $L = L_{\text{Sol}}$, og jord-sol afstanden, $d = 1$ AE, fås umiddelbart udtryk (8).