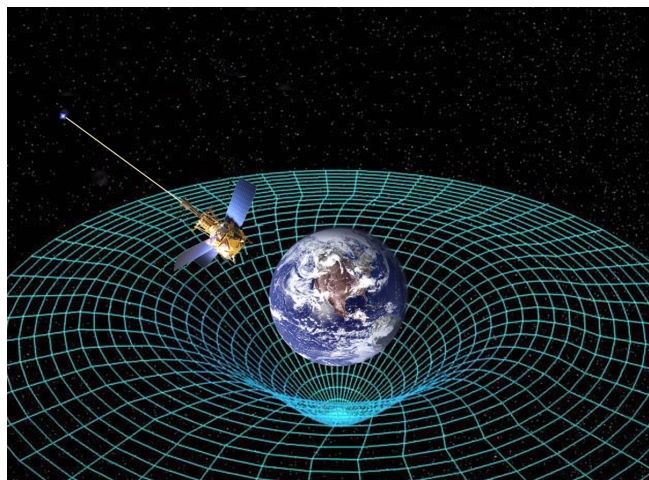


Generel relativitetsteori: forbindelsen til Ørsted

Poul Henrik Damgaard, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Til sin død drømte Einstein om at forene teorien for tyngdekraft med de andre fundamentale naturkræfter. I dag ved vi, at hans drøm ikke kunne virkeliggøres med de forudsætninger, fysikerne havde på Einsteins tid. Den såkaldte Yang-Mills-teori, en generalisation af elektromagnetismen og grundstenen i både stærke og svage vekselvirkninger mellem elementarpartikler, leder på en overraskende måde frem til den korrekte forståelse.

Sammenligner vi Coulombs lov for elektrostatisk tiltrækning mellem to modsatte elektriske ladninger med Newtons tyngdekraft, virker det nærliggende, at der kunne være en forbindelse mellem de to teorier. Både det statiske elektriske potentiale og Newtons tyngdepotentiale af punktformige kilder falder omvendt proportionalt med afstanden: bortset fra ekstra faktorer, der afhænger af, hvilke enheder vi benytter, er "styrken" af potentialerne enten bestemt af produktet af de to ladninger eller af produktet af de to masser. Det virker totalt naivt, men kunne vi forestille os, at der er en simpel relation mellem tyngdekraft og elektromagnetisme baseret på denne elementære observation? Altså at tyngdekraftens "ladninger" svarer til masserne? Det forbløffende svar er ja – dog ikke på så simpel og direkte måde, som man kunne forledes til at tro af ovenstående. Derom skal denne artikel handle.



Figur 1. Grafik af Gravity Probe B, der kredser rundt om Jorden for at måle rumtiden – en firedimensionel beskrivelse af universet. (Grafik: NASA)

Generalisation af elektromagnetismen

Først må vi omkring en generalisation af elektromagnetismen, som er beskrevet fra flere forskellige vinkler i dette nummer af *Kvant*. H. C. Ørsteds opdagelse af forbindelsen mellem elektricitet og magnetisme, og den senere præcise etablering af teorien for elektromagnetisme, var kun det første spæde skridt af en rejse mod det teoretiske fundament, der ligger bag de tre stærkeste fundamentale naturkræfter. Disse er, ud over de elektromagnetiske kræfter, de stærke vekselvirkninger (kræfterne, der bl.a. binder kvarkerne i fx protoner og neutroner) og de svage vekselvirkninger (kræfterne, der

bl.a. er ansvarlige for vekselvirkninger mellem de elektrisk neutrale neutrinoer). De to sidste kræfter er baseret på en generalisation af elektromagnetismen, der første gang blev formuleret i 1954 af fysikerne C. N. Yang og R. Mills, og som nu går under navnet Yang-Mills-teori. Det er interessant, at Yang og Mills formulerede deres teori, formelt helt korrekt, i en sammenhæng, der var helt forkert. Først efter et utal af fortvivlede forsøg på at finde anvendelse for den nye teoretiske konstruktion, som Yang-Mills-teorien er, lykkedes det i slutningen af 1960'erne og begyndelsen af 1970'erne at finde helt korrekte identifikationer, der fik det samlede billede til at falde på plads. Denne fantastiske historie forudsagde bl.a. utvetydigt eksistensen af tre nye massive partikler: to ladede W-partikler og en elektrisk neutral Z-partikel, samt, mest vanskelig at finde (og mest overraskende), den såkaldte Higgs-partikel. Men her skal vi fokusere på noget helt andet, selve strukturen af Yang-Mills-teori.

For at forstå forskellen på teorien for elektromagnetisme og Yang-Mills-teori kan vi med fordel benytte geometriske objekter. Lad os for en stund tænke på elektromagnetismen som værende beskrevet i abstrakt form af en elastik. Vi kan arrangere, at elastikken ligger på en bordplade i perfekt cirkulær form. Det er åbenlyst, at en sådan beskrivelse har en stor symmetri. Hvis elastikken er helt ens hele vejen rundt, ser vi samme elastik, uanset hvordan vi drejer den. Elastikken har altså en symmetri, rotationssymmetri i planen af bordpladen. Hvor mange parametre skal vi benytte for at beskrive denne symmetri? Åbenbart kun én, vinklen, der beskriver rotationen. Teorien for elektromagnetisme har en sådan en-parameter-symmetri, som fuldstændig korrekt kan beskrives ved en vinkel, der beskriver rotationen i en plan. Symmetrien har på engelsk navnet gauge, og det giver ikke mening at forsøge at oversætte ordet til dansk, for selv på engelsk er ordet utroligt dårligt valgt! Elektromagnetismens gauge-symmetri er altså rotationer i en todimensional plan. Denne gauge-symmetri er helt fundamental for forståelsen af elektromagnetisme, specielt på kvantemekanisk niveau. Den lader os bl.a. forstå, hvorfor lys – elektromagnetisk stråling – er beskrevet ved hjælp af masseløse partikler, fotonerne.

Rotationer i en plan giver anledning til, hvad der i matematik kaldes en gruppe. Foretager vi først én rotation af elastikken ovenfor, og derefter en anden, er resultatet en tredje rotation, hvis rotationsvinkel blot er summen af de to. Ydermere gør det ingen forskel, i

hvilken rækkefølge vi foretager de to rotationer. Den tredje rotation er naturligvis stadig blot summen af de to. Til ære for den norske matematiker Niels Henrik Abel kaldes en sådan gruppe abelsk.

Langt de fleste grupper er ikke-abelske. For sådanne ikke-abelske grupper kan rækkefølgen af to operationer (analogt til de to rotationer beskrevet ovenfor) ikke ignoreres. Som det simpleste eksempel kan vi tænke på Jordens overflade. Ligesom elastikken ovenfor var symmetrisk under rotationer i bordpladens plan, har Jordens overflade (hvis vi tænker på den som en perfekt kugle) en langt større symmetri. Vi kan hurtigt overbevise os om, at vi kan foretage tre forskellige rotationer, og ydermere, rækkefølgen, ved hvilken vi foretager rotationerne, betyder nu noget!

Yang-Mills-teori

Yang-Mills-teori er en generalisation af elektromagnetismen, hvor den simple en-parameter-gauge-symmetri er erstattet af gauge-symmetri baseret på ikke-abelske grupper. Det simpleste tilfælde, vi kan tænke på, beskriver netop bevægelse på overfladen af en kugle, og det er altså en tre-parameter-symmetri. Interessant nok har naturen valgt at benytte denne simpleste ikke-abelske generalisation af elektromagnetisme til at beskrive de svage vekselvirkninger. De stærke vekselvirkninger er beskrevet af en Yang-Mills-teori baseret på en større gruppe, der har otte parametre.

Til hver af de parametre, vi har beskrevet ovenfor, findes der en partikel. For den ene parameter af elektromagnetismen er der fotonen. For de tre parametre af de svage vekselvirkninger er der W- og Z-partiklerne. For de otte parametre, der beskriver gauge-gruppen for de stærke vekselvirkninger, er der otte såkaldte gluoner.

Vi kan forstå Coulombs elektrostatiske lov direkte som en udveksling af en foton mellem to ladninger. Tilsvarende giver en udveksling af en Z-partikel anledning til det statiske potential mellem to neutrinoer. En udveksling af en gluon mellem to kvarker ville naivt give os det statiske potential mellem to kvarker, men her er problemet mere kompliceret, da vekselvirkningerne netop er stærke. En enkelt gluon-udveksling giver et helt misvisende billede, der skal mange flere til.

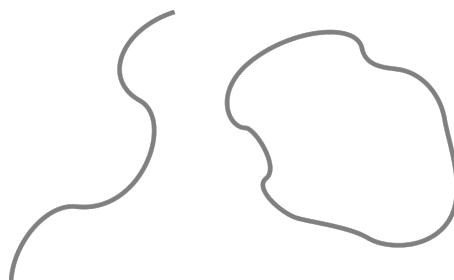
Analogien mellem Coulombs lov og Newtons tyngdelov

I løbet af 1950'erne og 1960'erne blev det langsomt klart, at også Newtons lov og – mere generelt – Einsteins generelle relativitetsteori kan forstås som udveksling af en masseløs partikel, gravitonen, mellem to masser. Her har vi den første præcise analogi mellem den elektrostatiske Coulomb-lov og Newtons tyngdelov, der blev nævnt i indledningen til denne artikel. Det er altså korrekt, at den formelle lighed mellem disse to lovmæssigheder bunder i noget dybt: udvekslingen af en masseløs partikel, enten en foton eller en graviton.

Specielt fysikeren R. P. Feynman udviklede i 1960'erne denne interessante vinkel på Einsteins generelle relativitetsteori. Det var samtidig klart, at dette udgangspunkt pegede kraftigt på paralleller til Yang-Mills-teorien, men det blev ikke muligt at formulere

tyngdekraften direkte og præcist i termer af Yang-Mills-teorien til trods for mange tapre forsøg. Et kritisk punkt er, hvilken gruppe teorien skulle være baseret på. Da billedet af tyngdekraft i termer af graviton-udvekslinger kun fungerer, hvis der blot er én graviton, burde vi altså søge en en-parameter-gruppe. Da gravitoner samtidig let kan vises at vekselvirke med hinanden, skal gruppen også være ikke-abelsk, og så går det ikke.

I dag har vi en helt ny forståelse af, hvorledes det egentligt hænger sammen. Vi har set, at hver ikke-abelsk gruppe vil føre til sin specifikke Yang-Mills-teori. Jo flere parametre gruppen har, des flere partikler vil udveksles. Er der en måde at finde et mere universelt sprog for disse ikke-abelske teorier, der ikke hænger sig i denne detalje? Overraskende nok er svaret ja. Denne opdagelse udsprang af noget helt praktisk, den mest effektive måde at regne fysiske processer ud på basis af Yang-Mills-teorien. Det blev således opdaget, at man kunne dele problemet op i to. Først regnes processerne ud i en besynderlig universel Yang-Mills-lignende teori med blot én parameter, derefter multipliceres resultatet med en konstant, der tager højde for præcis hvilken Yang-Mills-teori, det handler om.



Figur 2. Åbne og lukkede strenge.

Strengteorien

Denne “universelle” Yang-Mills-teori uden gruppefaktorer optræder naturligt i strengteori. Det blev tidligt indset, at teorien for såkaldt åbne strenge således indeholder Yang-Mills-teori i netop denne universelle form. Det var ligeledes klart, at teorien for såkaldt lukkede strenge også indeholder Einsteins teori for tyngdekraft, herunder specielt den krævede graviton. Forunderligt nok er teorien for lukkede strenge forbundet til teorien for åbne strenge. Groft set på følgende måde: teorien for lukkede strenge kan ses som produktet af to teorier for åbne strenge. I en vis forstand er det ikke mere mystisk, end at to stykker snore kan bindes sammen til at forme et lukket bånd.

En umiddelbar konsekvens af denne produktregel mellem lukkede og åbne strenge er, at spredning af partikler med gravitoner alternativt kan beskrives, på en helt præcis måde, som produktet af to spredninger i den universelle Yang-Mills-teori. Denne forbløffende observation holder stadig, når vi tager længden af strengene til nul. Med andre ord, den holder også i helt normal partikelfysik, uden reference til strengteori. Dette er intet mindre end en revolutionerende observation, for det betyder, at spredning i Einsteins generelle

relativitetsteori kan beskrives helt simpelt igennem relationen til spredning i Yang-Mills-teorien. Da Yang-Mills-teori (og elektromagnetisme) er kernen bag de øvrige fundamentale vekselvirkninger, forstår vi nu på en helt præcis måde, hvorledes tyngdekraften er knyttet til kræfterne mellem elementarpartiklerne. Her går der en lige linje fra Ørsted til Einstein.

Det skal her til sidst fremhæves, at denne nyligt opdagede forbindelse mellem tyngdekraft og gauge-teori (som fx elektromagnetismen) på ingen måde er af blot akademisk interesse. For blot få år siden observerede LIGO-eksperimentet i USA spektakulært, og for første gang nogensinde, tyngdebølger udsendt i forbindelse med sammensmeltning af to sorte huller langt ude i universet, en opdagelse, der i øvrigt kort tid efter førte til Nobelprisen. For at kunne analysere sådanne signaler kræves der beregninger i Einsteins generelle relativitetsteori af meget høj præcision. Disse beregninger er ekstremt komplicerede i den konventionelle formulering. Med forbindelsen mellem tyngdekraft og gauge-teori er disse beregninger pludselig blevet mulige i et omfang, man ikke kunne have forestillet sig for

blot få år siden. Således er Ørstedes opdagelse i 1820 overraskende blevet ganske central for frontforskning i tyngdebølger i 2020.

Litteratur

- [1] N. E. J. Bjerrum-Bohr (2014) "Amplituder og nye fundamentale teorier", *Kvant*, bind 25, nr. 2, side 14.
- [2] N. E. J. Bjerrum-Bohr (2015) "Tyngdekraft og kvante-teori", *Kvant*, bind 26, nr. 4, side 23.



Poul Henrik Damgaard er professor i teoretisk fysik ved Niels Bohr Institutet og leder af Niels Bohr Internationale Akademi.

KVANT-nyheder

Af Christine Pepke Gunnarsson, KVANT

Lasersimulationer viser dannelse af stof ud fra lys

LASERFYSIK. Det er kendt, at man kan få energi ud fra stof, hvilket Einsteins berømte ligning udtrykker: $E = mc^2$. Solens fusionsprocesser og atombombens fission skaber begge energi ud fra stof. Det omvendte, at skabe stof ud fra energi, er også muligt. Da universet lige var blevet dannet, skabte strålingskollisioner det første stof i form af partikel-antipartikel-par. Dannelsen af stof ud fra lys er en kompliceret proces, som endnu ikke har været vist i laboratoriet. Nu har simulationer vist, at en meget kraftig laser kan danne stof i form af partikel-antipartikel-par.

Forsøget går ud på at rette en meget kraftig laser mod et mål for at generere et stærkt magnetfelt. Laseren opvarmer elektronerne i målet, og accelererer dem til relativistiske energier. Der dannes et plasma, og den stærke elektronstrøm danner et magnetfelt, der er flere hundrede kT, hvilket er lige så kraftigt som på overfladen af en neutronstjerne. De laseraccelererede elektroner genererer intense høj-energi-røntgenstråler, der kolliderer i plasmaet, og kortvarigt producerer partikel-antipartikel-par. Magnetfeltet eksisterer kun i 100 fs, men set fra laserens reference er feltet kvasi-statisk, dvs. det virker som om, at det varer længere. Laseren, der skal bruges, skal ifølge simulationerne have en effekt på 4 PW (1 PW = 10^{15} W), hvilket er ekstremt kraftigt. Dog overraskede det forskerne, at simulationerne viste, at der ikke var brug for endnu højere lasereffekt for at skabe det kraftige magnetfelt.

På Extreme Light Infrastructure (ELI) i Rumænien findes verdens kraftigste lasere, der kan levere den krævede effekt, og det er planen, at ELIs lasere skal teste simulationerne om få år, når de er klar til det. Når forsøget udføres, vil det være første gang, at lys bliver brugt til at danne stof uden tilførsel

af høj-energi-elektroner, hvilket har været nødvendigt i tidligere forsøg. Forsøget vil derfor være tæt på de betingelser, der var til stede de første minutter efter Big Bang, og vil give forskerne et indblik i det tidlige univers' liv. Forskerne håber især at kunne studere antistof nærmere, da det stadig er et mysterium, hvorfor der er mere stof end antistof i universet, når der i teorien skulle være lige meget af hver.

Kilde: T. Wang m.fl. *Power Scaling for Collimated γ -Ray Beams Generated by Structured Laser-Irradiated Targets and Its Application to Two-Photon Pair Production*, *Physical Review Applied*, 13, 5, (2020).



Løsning til opgaven side 9

$$\begin{aligned}
 9 &= i(0I/0I) - 0I/\wedge \\
 9 &= \underline{6}^\wedge - (\underline{6}^\wedge \times \underline{6}^\wedge) \\
 9 &= i(8/8) + 8^\wedge \\
 9 &= (\underline{2}/\underline{2}) - \underline{2} \\
 9 &= 9 - 9 + 9 \\
 9 &= (\underline{9}/\underline{9}) + \underline{9} \\
 9 &= \underline{7}^\wedge + \underline{7}^\wedge + \underline{7}^\wedge \\
 9 &= \underline{8} - (\underline{8} \times \underline{8}) \\
 9 &= \underline{7} + \underline{7} + \underline{7} \\
 9 &= i(\underline{1} + \underline{1} + \underline{1}) \\
 9 &= i(i0 + i0 + i0)
 \end{aligned}$$